

Uwaga! Zdanie obok nie jest całkowicie ścisłe. Przy naszej definicji kodowania istnieją pewne nieskończone ciągi złożone z zer i jedynek, które nie są kodami żadnego punktu z S . Jakie to ciągi?

punkt w S , którego orbita odwiedza górną i dolną połowę okręgu w takim porządku, jaki wyznacza ten ciąg.

Trzecia cecha chaosu, o której tu wspomniemy, dotyczy *punktów okresowych* przekształcenia f . Punkt okresowy o okresie p to punkt x , dla którego $f^p(x) = x$. Otóż cechą układu chaotycznego jest *występowanie gęstego zbioru punktów okresowych i gęstego zbioru punktów nieokresowych*. Pozostawiamy Czytelnikowi sprawdzenie tej własności w naszym przypadku. Okazuje się przy tym, że f ma punkty okresowe o wszystkich okresach, co również jest cechą układu chaotycznego. Z opisanych wyżej własności wynika *niestabilność* naszego układu. Przy dowolnie małej zmianie punktu z S jego zachowanie pod działaniem iteracji f może drastycznie się zmienić.

Widzimy więc, że nasz pozornie prosty układ ma naprawdę skomplikowane własności. Wybierając „losowo” punkt z okręgu, mamy małe szanse przewidzenia jego trajektorii...



Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

Tym razem wszystko kręci się wokół przeuroczego twierdzenia geometrycznego, którego treść zawarta jest w zadaniu M 963. Zadania M 961 i M 962 są jego gierkami.

M 961. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ oraz punkty K, L, M, N położone tak jak na rysunku 1, przy czym wiadomo, że $\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{|DL|}{|LC|} = \alpha$ oraz $\frac{|AM|}{|MD|} = \frac{|BN|}{|NC|} = \beta$. Udowodnić, że jeśli P jest punktem przecięcia odcinków KL i MN , to $\frac{|MP|}{|PN|} = \alpha$ i $\frac{|KP|}{|PL|} = \beta$.

Rozwiązanie na str. 13

M 962. Boki AB i CD czworokąta wypukłego $ABCD$ podzielono na k równych części, a następnie odpowiadające sobie punkty połączono odcinkami (rys. 2). Udowodnić, że pola S_1, \dots, S_k powstałych w ten sposób czworokątów tworzą ciąg arytmetyczny.

Rozwiązanie na str. 13

M 963. Boki AB i CD czworokąta $ABCD$ podzielono na m , a boki BC i AD – na n równych części, gdzie m i n są liczbami nieparzystymi. Następnie połączono odcinkami odpowiadające sobie punkty na przeciwległych bokach (rys. 3 dla $m = 3, n = 5$). Udowodnić, że pole środkowego, powstałego czworokąta jest mn razy mniejsze niż pole czworokąta $ABCD$.

Rozwiązanie na str. 8

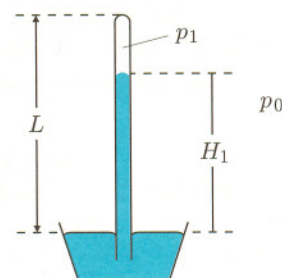
Redaguje Ewa CZUCHRY

F 553. Naczynie o objętości V połączone jest z pompą tłokową, w której objętość komory wynosi V' (rys. 4). Ile ruchów tłokiem należy wykonać, aby ciśnienie w naczyniu zmniejszyło się od p do p' . Ciśnienie atmosferyczne wynosi p_0 , zmiany temperatury można zaniedbać.

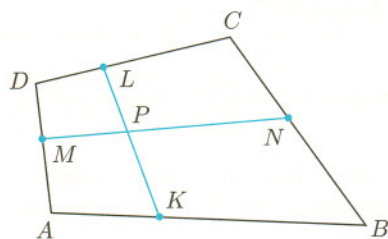
Rozwiązanie na str. 11

F 554. Do rurki barometru rtęciowego dostał się pęcherzyk powietrza, w wyniku czego przy ciśnieniu atmosferycznym p_0 i temperaturze T_0 wysokość słupa rtęci w rurce zmniejszyła się do H_1 (rys. 5). Ile wynosi ciśnienie atmosferyczne (w mm Hg), jeśli w temperaturze T wysokość słupa rtęci w uszkodzonym barometrze wynosi H ?

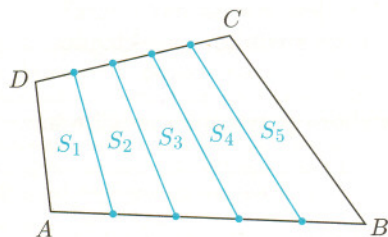
Rozwiązanie na str. 4



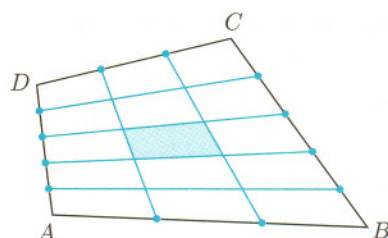
Rys. 5



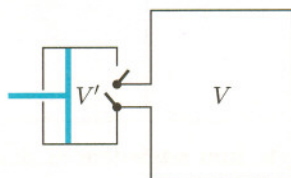
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4