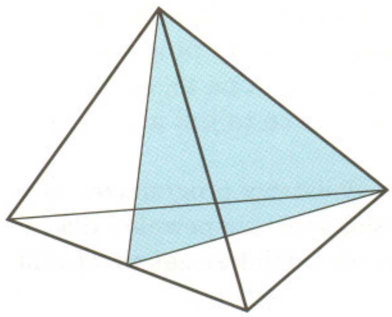
mała delta

Proof i profani

Według *Słownika wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych* Władysława Kopalińskiego:
profan *nie wtajemniczony, nie będący znawcą, laik; dyletant; ignorant; nieuk.*

Jak widać dalej, często bywa inaczej:
jest to starannie, ale niemądrze wykształcony człowiek.

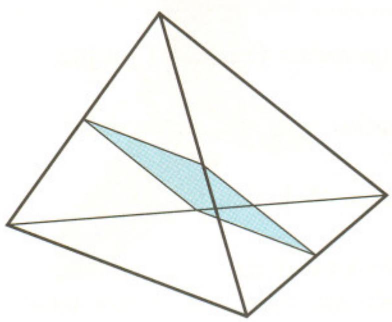


Rys. 1

Jest taki profesor matematyki, który nosi pseudonim Proof. Że to niby profesor, a niby, że jego ulubionymi zadaniami są geometryczne zadania na dowodzenie, co w dobie amerykanizacji życia całkowicie uzasadnia brzmienie tego pseudonimu. Uczy bardzo efektownie i efektywnie, więc grupa prooffanów (a więc sympatyków Proofa) jest bardzo liczna. Ale nawet on przyznaje, że grupa profanów – przez jedno o i jedno f – jest jeszcze liczniejsza (choć nie rozłączna z poprzednią). Ma zresztą wiele prostych sposobów przekonania się, czy ktoś faktycznie jest profanem, czy też nie.

Oto próbka. Pytanie: *Na ile sposobów można płaszczyzną przepołowić czworościan foremny*?

Co to jest połowa czworościanu? To taka jego część, że jej pozostałość jest dokładnie taka sama – naukowo: przystająca.

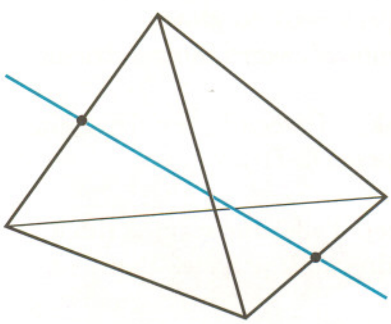


Rys. 2

Najgłębszy poziom (spośród orientujących się, czego dotyczy pytanie) reprezentują profani mówiący, że sposobów takich jest sześć: tniemy przez krawędź i środek przeciwległej krawędzi (rys. 1). Krawędzi jest sześć, więc i tyle jest połowiących przecięć.

Bardziej wyedukowani profani do poprzednich sześciu dodają jeszcze trzy: tną płaszczyzną równoległą do dwóch skośnych krawędzi – wiedzą, że jest taka – w połowie odległości między nimi. Takie przecięcie jest kwadratem (rys. 2). Ponieważ par skośnych krawędzi czworościan ma trzy, więc i tyle jest dodatkowych przecięć.

I tu na ogół się kończy. Profan zaś to taki, którego myślenie biegnie właśnie na opisane wyżej sposoby.



Rys. 3. Jedna z osi symetrii czworościanu foremnego.

A co na to nieprofan ? Ten zauważa, że czworościan foremny ma trzy osie symetrii: proste łączące środki wspomnianych przed chwilą skośnych krawędzi. A przecież **każda płaszczyzna, przechodząca przez oś symetrii bryły, dzieli ją na symetryczne względem tej osi (a więc jednakowe) części**. Stąd można powiedzieć, że płaszczyzn, o które pyta Proof, jest nie tylko nieskończenie wiele, ale nawet trzy razy tyle. Podobnie zresztą jest na płaszczyźnie: każda prosta, przechodząca przez środek symetrii figury, połowi ją.

Chętnie poznalibyśmy te proste testy na rozpoznanie profana, których używają Wasi nauczyciele.

M.K.

Odkrywcy mimo woli

Okazało się, że Gładki nie tylko był gładki, ale też donosił na kolegów. Kiedy następnego dnia Opak przyszedł do szkoły, Pan już wiedział o wszystkim. Nic więc dziwnego, że poprosił Opaka, by razem z Gładkim zechcieli na niego chwilę poczekać po lekcjach.

Opak nawet nie próbował dowiadywać się od Gładkiego, co ten nagadał. W końcu sam wiedział, że nie jest w porządku.

Dla tych, którzy nie czytali piątego numeru *Delty* (i nie mają szans, aby to zrobić przed przeczytaniem tej historyjki), wyjaśniamy, że Opak opowiedział swemu koledze, Gładkiemu, jak obliczać NWD inną metodą, niż przez rozkład liczb na czynniki pierwsze. O tym sposobie będzie za chwilę mowa. Potem zaś zademonstrował przedziwną sztuczkę: znalazł NWD dla bardzo dużych liczb za pomocą dwóch mnożeń i odejmowania.

– Nigdy bym nie przypuszczał, że będziecie po lekcjach dyskutować o matematyce – jak widać, Pan nie miał wiary w swoje talenty dydaktyczne i myślał, że o matematyce mówi się źle albo wcale. – Jeśli chodzi o algorytm Euklidesa, to nie mówię o nim na lekcjach, bo mam za mało czasu, a i tak to, co robię, wykracza poza podstawy programowe. Opak był zdumiony: przecież to on oszukał, a wygląda na to, że Pan się im tłumaczy! Jednak zaryzykował pytanie: – A co to jest algorytm Euklidesa i co to są podstawy programowe?
Pan zdecydował, że wszystkiego nie powie. – Podstawy programowe to historia dla dorosłych – powiedział (a pomyślał sobie, że pewnie i dla dorosłych to się nie bardzo nadaje). – Algorytm Euklidesa zaś to właśnie Twoja metoda z odejmowaniem.

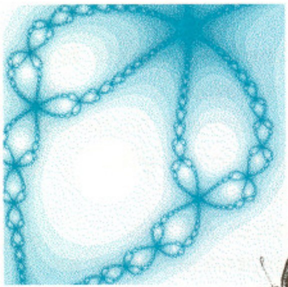
Opak proponował znajdować NWD w ten sposób, aby od liczby większej odejmować mniejszą tak długo, jak się da, potem od mniejszej odejmować to, co zostało itd., aż otrzyma się zero. Konkretnie pokazał to na przykładzie 299 i 247:

$$299-247=52,\quad 247-52=195,\quad 195-52=143,$$
$$143-52=91,\quad 91-52=39,\quad 52-39=13,$$
$$39-13=26,\quad 26-13=13,\quad 13-13=0.$$

Ostatnia odejmowana liczba to właśnie NWD.

– Ten Euklides żył chyba bardzo dawno – stwierdził Opak. – I on już znał taką metodę?
– Żył ponad 2300 lat temu – wtrącił się Gładki. – A jeśli on wiedział, dlaczego to działa, to może i ja się dowiem?
Opak wbił oczy w sufit i udawał, że go nie ma. W końcu trzeba dać i Panu szansę, aby się wykazał.
Pan zrozumiał, że to jego wzywają do tablicy i powiedział: – Przecież wystarczy spostrzec, że jeśli dwie liczby dzielą się przez coś, to zarówno ich suma, jak i różnica dzieli się przez to samo. Zresztą także iloczyn liczby dzielącej się przez coś i dowolnej liczby całkowitej dzieli się też przez to coś – dodał.
– Ale to, jak widać, się nie stosuje – pospieszył z komentarzem Opak.
– Wcale nie – wyrwał się Gładki, któremu przyszedł do głowy rewelacyjny pomysł. – Po co tyle razy odejmować, skoro można dzielić z resztą?
– Upadłeś na głowę – poinformował go Opak. – Przecież przy dzieleniu to się wszystko psuje! Zobacz: 12 dzieli się przez 6. Dzielę przez 4 i otrzymuję 3, które się przez 6 nie dzieli.
– Bo z tym dzieleniem z resztą to jest inaczej. Tylko znów tutaj robią nam wodę z mózgu – powiedział Gładki i zdrętwiał: przecież Pan tego słucha, a to właśnie on...
– Całkowicie się zgadzam – powiedział jednak Pan.
Więc Gładki brnął dalej. – Bo to się pisze tak:

$$66:17=3 \text{ r. } 15,$$




a powinno się pisać tak:

$$66 = 3 \cdot 17 + 15.$$

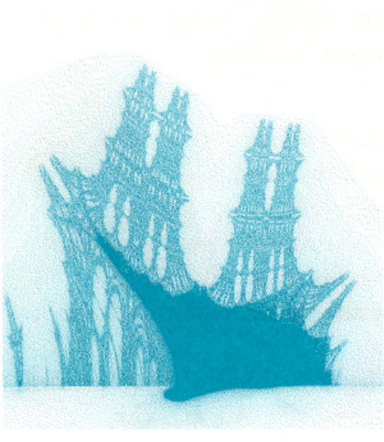
I wtedy sam widzisz, że jest dobrze – zwrócił się do Opaka.
– Nic nie widzę. – Opak faktycznie zgubił się w tym wszystkim.
– Całe twoje rachunki, to znaczy moje, bo to ja liczyłem – ciągnął Gładki – można krócej napisać tak:

$$299 = 1 \cdot 247 + 52, \quad 247 = 4 \cdot 52 + 39,$$
$$52 = 1 \cdot 39 + 13, \quad 39 = 3 \cdot 13 + 0.$$

I wszystkie liczby, tak jak powiedział Pan, mają wspólny dzielnik, a więc jest nim 13 – dokończył niezbyt ściśle.
– Absolutnie masz rację – poparł go jednak Pan – Zresztą tak właśnie wygląda oryginalny algorytm Euklidesa, ten z jego dzieła *Elementy*.
– To teraz nawet wiem, skąd się wzięły liczby Opaka – Gładki sunął jak burza.
– Jakie liczby? – Pan był wyraźnie niezorientowany.
– E tam, żartowałem. Powiedziałem, że można policzyć prościej: $5 \cdot 299 - 6 \cdot 247 = 13$, ale te liczby po prostu sobie dobrałem, aby wyszedł NWD. Takie nieduże oszustwo – Opak był zadowolony, że zdołał się wykręcić. Przecież od początku bał się, że Pan będzie o ten przekręt miał do niego pretensję.
– A nie musiałeś ich zgadywać: wystarczyło liczyć od tyłu, za każdym razem powtarzając kolejny rachunek. Zobacz – i na tablicy Gładki napisał długi, ale przecież rozsądny napis

$$\begin{aligned} 13 &= 52 - 1 \cdot 39 = 52 - (247 - 4 \cdot 52) = \\ &= 5 \cdot 52 - 247 = 5 \cdot (299 - 1 \cdot 247) - 247 = \\ &= 5 \cdot 299 - 6 \cdot 247. \end{aligned}$$

– No widzisz – Opak przeszedł do kontruderzenia. – Można ten NWD obliczyć od razu.
Pan roześmiał się. – No i co ty, Bogdan, na to?
Bo przecież Gładki miał także zwyczajne imię. Ale rozpędu, jaki miał przed chwilą, nie było już ani śladu: faktycznie Opak podał dobrą metodę obliczania.
Pan wyraźnie zobaczył, że najwyższa pora wkroczyć. – Słuchaj, a nie przychodzi ci do głowy, że jedyną metodą na znalezienie tych liczb jest przeprowadzenie najpierw algorytmu Euklidesa? – zwrócił się do Gładkiego. – Przecież wykonując swoje obliczenia, korzystałeś z tego, że były gotowe obliczenia w przeciwną stronę.
– To znaczy, że te liczby Opaka do niczego się nie przydają? – Gładki, mimo zdemaskowania kolegi czuł się wyraźnie zawiedziony.
– Wręcz przeciwnie, dokonaliście wspólnie poważnego odkrycia matematycznego – zaprzeczył Pan.
– To miłe z jego strony – pomyśleli chłopcy – ale czy nie mógłby nam jeszcze powiedzieć jakiego?
Pan zorientował się, o co chodzi. – Nawet dwóch odkryć. Pierwsze to takie, że

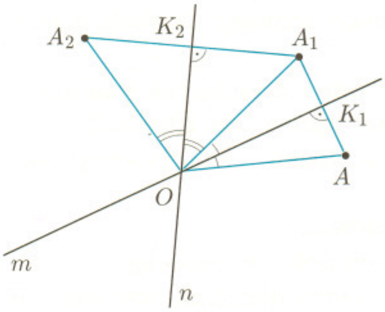


dowolne dwie liczby całkowite (większe od jedności) można pomnożyć przez jakieś liczby całkowite (większe od zera) tak, aby po odjęciu otrzymać ich największy wspólny dzielnik.
– Po drugie zaś, że
jeśli się nawet źle dobierze liczby, przez które chcemy mnożyć, to zawsze otrzyma się wielokrotność największego wspólnego dzielnika.
Chłopcy spojrzeli na siebie z podziwem. Czego, jak czego, ale tego się po sobie nie spodziewali.

M.K.

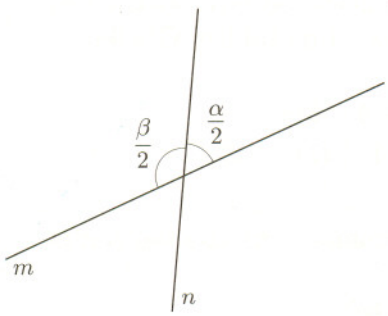
Sieczkówna się obraca

– Człowieku, czy ty wiesz, co to jest obrót?! – krzyknęła ze złością Hania Sieczkówna, gdy po raz kolejny Jasio pomylił kroki w tańcu.
– Jasne, że wiem. Obrót to złożenie dwóch symetrii osiowych względem przecinających się prostych. – odparł ze stoickim spokojem Jasio.
Dziewczyny popatrzyły na niego z wyraźną dezaprobatą.
– Jaki ty jesteś mało romantyczny – stwierdziła z żalem Agatka.
– Ojej, popatrzcie na ten rysunek (rys. 1) – zaczął usprawiedliwiać się Jasio, tak, jakby to, że znalazł się w niełasce, wynikało z wątpliwości co do wypowiedzianego twierdzenia. – Najpierw składamy odbicia: A_1 to obraz A w symetrii względem prostej m, A_2 to obraz A_1 w symetrii względem prostej n. Mamy $AO = A_1O = A_2O$ i $\angle AOK_1 = \angle K_1OA_1$ oraz $\angle A_1OK_2 = \angle K_2OA_2$. A stąd $\angle AOA_2 = \alpha$, gdzie $\frac{\alpha}{2}$ to kąt między prostymi. Czyli złożenie dwóch symetrii osiowych względem prostych przecinających się w punkcie O pod kątem $\frac{\alpha}{2}$ to obrót o kąt α wokół punktu O. I to wszystko jedno, jak te proste są ułożone, byleby kąt między nimi był ten sam i przecinały się w O.



Rys. 1

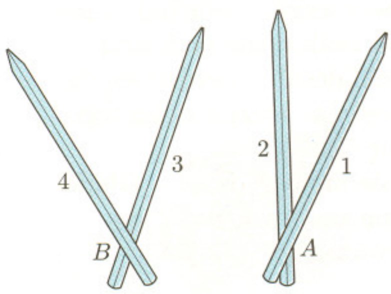
Wywody Jasia, które zupełnie już zdegustowały Agatkę, zaciekawiły Jacka do tego stopnia, że odsunął się od ściany i rzucił okiem na rysunek. Był w wyjątkowo dobrym humorze, więc choć spostrzegł, że dowód Jasia pomijał pewien przypadek („a co będzie, gdy prosta m lub n nie znajdzie się wewnątrz kąta $\angle AOA_2$?"), pominął ten fakt milczeniem, tym bardziej że potrafił bez trudu uzupełnić tę lukę. Nie wyraził też wątpliwości co do tego, czy kąt między prostymi m i n to kąt $\alpha/2$ czy $\beta/2$ (rys. 2), bo spodziewał się, iż Jasio tylko wzruszy ramionami i spyta, skądinąd słusznie: „A co za różnica?". Ograniczył się więc tylko do stwierdzenia:



Rys. 2

– No, dobrze, może nawet masz rację. Ale po co tak komplikować proste pojęcia? To przerost formy nad treścią.
Jasio uśmiechnął się chytrze.
– No to może w takim razie powiesz mi, czym jest złożenie dwóch obrotów?

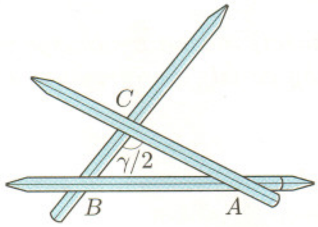
Jacek spróbował zachować spokój. Złożenie dwóch obrotów?! Ten Jasio musi być strasznie wredny, że o to pyta. Kilka obrazków przemknęło w wyobraźni Jacka, ale nic z nich nie wynikało. Nerwowo narysował na kartce kilka nowych sytuacji i... znów klęska...



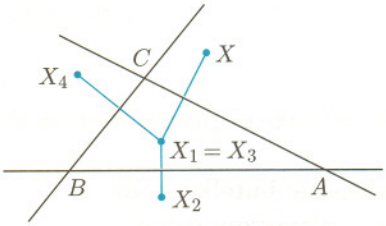
Rys. 3

– Poddaję się. Ale jak mi powiesz, że złożenie dwóch obrotów to złożenie dwóch obrotów, to twoja *fizis* na tym ucierpi.
– Po co ta mowa? – Jasio był pewny swego. – Złożenie dwóch obrotów to obrót.
Teraz nawet Agatka i Hania się zainteresowały. Chyba Jasio robi Jacka w balona! Tymczasem Jasio wyjął dwa długopisy i spytał:
– Macie może jeszcze dwa?

Teraz były już pewne, że to jakaś prowokacja. Przecież nie ma takiego rysunku, do którego potrzeba czterech długopisów! Radośnie spełniły więc życzenie Jasia, oczekując co najmniej jakiejś bójki w finale.
Tymczasem Jasio ujął długopisy tak, jak na rysunku 3 i powiedział:
– Oto dwa obroty wokół punktów A i B. Złożenie tych obrotów to zatem złożenie czterech symetrii osiowych: względem prostych, kolejno, 1, 2, 3 i 4.
Następnie obrócił długopisy (nie zmieniając kąta pomiędzy długopisami 1 i 2 oraz 3 i 4 ani punktów „przecięcia długopisów": A i B), tak, że długopisy 2 i 3 „pokryły się" (rys. 4).



Rys. 4



Rys. 5

– Teraz to znów złożenie dwóch tych samych obrotów. Tyle, że odbicie względem prostej 2 „zjada się” z odbiciem względem prostej 3 (rys. 5) i to, co zostaje, to tylko złożenie obrotów względem prostych 1 i 4, czyli obrót o kąt γ wokół punktu C.

– O, kurczę! – podsumowała wywód Jasia Agatka.
Jacek nie mógł uwierzyć w swą porażkę. Wreszcie pojawił się na jego twarzy kwaśny uśmiech.
– Może i masz rację. Ale jest taki przypadek, że złożenie dwóch obrotów nie jest obrotem, tylko przesunięciem równoległym.
Jasio pomyślał chwilę i wiedział już, kiedy tak jest. A Ty, Czytelniku?

W.S.

Jak nieuzbrojonym okiem odróżnić gwiazdę od planety?

Najprościej po jej położeniu na niebie i jasności. Najjaśniejszą „gwiazdą” jest Wenus widoczna albo jako Jutrzenka (Gwiazda Zaranna), albo jako Gwiazda Wieczorna. Jej odległość kątowa od Słońca nigdy nie przekracza 45°. Wenus nie sposób pomylić z żadną gwiazdą. Każdy ją wiele razy widział, choć niekoniecznie wiedział, co widzi.

Zdecydowanie jaśniejsze niż gwiazdy są również Jowisz i Merkury. Ten ostatni nie oddala się od Słońca na więcej niż 22°, więc jest bardzo trudny do zaobserwowania (zwłaszcza w mieście). Jeżeli już jest widoczny, to może być pomylony tylko z Wenus.

Wspomnianego już Jowisza też każdy widział: jako najjaśniejszą „gwiazdę” środka nocy. Jako planeta zewnętrzna może on znaleźć się w dowolnej odległości kątowej od Słońca.

Podobnie dowolne położenie na ekliptyce mogą zająć pozostałe dwie dostrzegalne gołym okiem planety: Mars i Saturn. Należą one zazwyczaj do najjaśniejszych „gwiazd”, ale nie aż tak jasnych, żeby ich z prawdziwymi gwiazdami nie można było pomylić. Trzeba wtedy przynajmniej mniej więcej wiedzieć, gdzie ich szukać (np. czytając naszą rubrykę *Patrz w niebo*). W razie wątpliwości można rozpoznać planetę po jej spokojnym (w odróżnieniu od migających gwiazd) świeceniu. Jest to jednak efekt dość subtelny. Migotanie („mruganie”) gwiazd spowodowane jest fluktuacjami gęstości atmosfery. Nawet przez najpotężniejsze teleskopy, gwiazdy widoczne są jako punktowe źródła światła. Planety już w lornetce okazują się obiektami rozciągłymi. Ich obraz dociera do nas szerszą wiązką, mniej wrażliwą na fluktuacje gęstości.

Niektórzy twierdzą nawet, że są w stanie gołym okiem dostrzec kątową rozciągłość planet. Jest to raczej efekt psychologiczny: połączenie wiedzy o tym, że to jest planeta, ze spokojnym świeceniem tego obiektu.

Przytaczana bywa jednak anegdota o matce Gaussa. Gdy syn pokazał jej Wenus, zapytała, dlaczego „rogalik” w lunecie jest odwrócony w drugą stronę. Czy rzeczywiście można dostrzec fazę Jutrzenki gołym okiem? Sami sprawdźcie swój sokoli wzrok.

Ostatnim, ale za to pewnym sposobem odróżnienia planety od gwiazdy jest stwierdzenie jej ruchu względem gwiazd stałych. Ale do tego potrzebna jest systematyczna, co najmniej kilkudniowa (wielotygodniowa) obserwacja, do czego, oczywiście, gorąco zachęcamy.

P.Z.

Kącik eksperymentatora

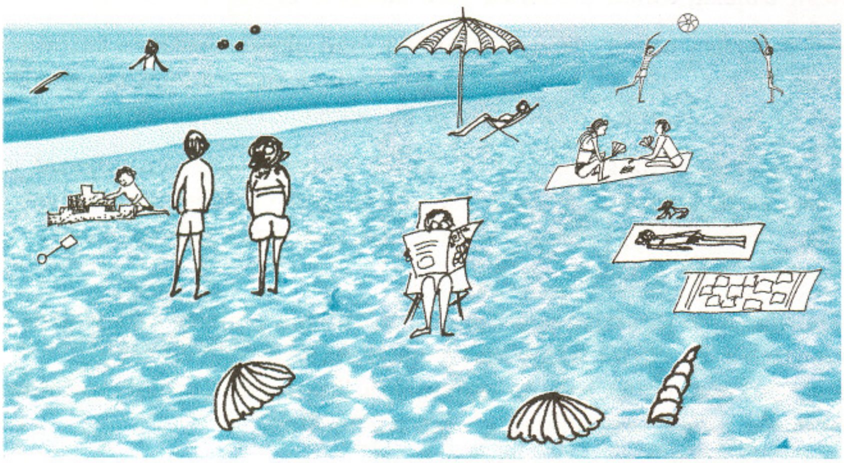
Czy środek wakacji to odpowiednia pora na eksperymenty? Mam nadzieję, że jesteście daleko od waszych „laboratoriów". Nic jednak straconego, bo przecież najwspanialszym źródłem obserwacji jest otaczająca nas przyroda. Ciekawym obiektem badań jest np. brzeg morza. Weźmy najbliższy nam Bałtyk. Dla rozgrzewki kilka pytań, na które znane są zadowalające odpowiedzi:

1. Dlaczego na granicy plaży i morza jest dużo więcej żwiru niż wszędzie wokół?
2. Dlaczego praktycznie wszędzie na polskim wybrzeżu kilkadziesiąt metrów od brzegu znajduje się płycizna? Można ją zaobserwować jako jaśniejszy, żółty pas morza, dobrze widoczny z brzegu (gorzej z wody). Kategorycznie odradzamy jednak dopływanie do niej! Choć jej głębokość nie przekracza zazwyczaj 1,5 metra, to od brzegu oddziela ją niebezpieczna, nawet przy niewielkiej fali, głębia. Absolutnie zabronione są takie samowolne „próby pływackie" podczas obozów i kolonii. Pamiętajcie również, że w Polsce zabronione jest (i słusznie) pływanie na nadmuchiwanych materacach.
3. Dlaczego postawienie stopy na mokrym, ubitym, zalewanym przez niektóre fale piasku powoduje natychmiastowe „wyschnięcie" podłoża dookoła stopy, a po jej zdjęciu w śladzie pojawia się woda?
4. W jakiej odległości od brzegu płynie większość statków?
5. Jak najszybciej schłodzić butelkę wody mineralnej w gorący, słoneczny dzień?

Po rozgrzewce pora na ciekawszy, naszym zdaniem, problem. Na wyludnionych odcinkach plaż silny wiatr usypuje z piasku charakterystyczną „tarkę". Podobny wzór można zaobserwować na dnie morza. Na ile podobne są te wzory i skąd biorą się te podobieństwa? Jak oszacować „długość fali" i „amplitudę" takiej tarki? O ile nam wiadomo, obserwacja ta nie ma zadowalającego wyjaśnienia. Jeżeli jednak ono istnieje lub zostanie znalezione, to chętnie je opublikujemy.

Po tej serii pytań proponujemy coś dla majsterkowiczów. W dobie nadużywania telefonów komórkowych problemy łączności wydają się raz na zawsze rozwiązane. A jednak czasem nadal przydają się stare, proste, wypróbowane sposoby. Jednym z nich jest telefon akustyczny. Do jego wykonania potrzebny jest mocny cienki sznurek i dwa kubeczki po jogurcie. W dnie każdego robimy małą dziurkę, przewlekamy sznureczek, wiążemy na każdym końcu węzełek i sznurek napinamy. Otrzymujemy łączność typu półdupleks (prawda, że ładne słowo?). Zawsze mnie ciekawiło, jaki może być maksymalny zasięg takiego połączenia. Czy da się w ten sposób skomunikować np. podobozy zgrupowania harcerzy? „Opis techniczny" realizacji takiego rozwiązania telekomunikacyjnego byłby bardzo mile widziany.

P.Z.

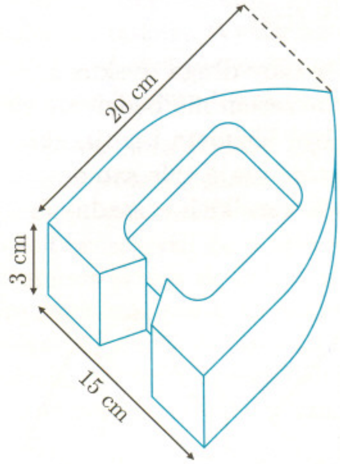


Odpowiedzi na pytania z poprzedniego kącika (*Delta* 5/2001).

1. Aby jak najszybciej wylać wodę z butelki, należy butelką zakręcić. Wtedy w czasie wylewania tworzy się w butelce wir, przez który powietrze może bez przeszkód dostawać się do środka. Woda nie bulgocze i wylewa się szybciej.

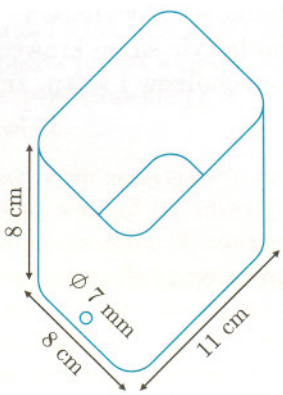
2. Aby „wdmuchnąć" do butelki prawie wepchnięty korek (czyli używając tylko powietrza, którym oddychamy, spowodować, żeby korek znalazł się w środku), należy powietrze z butelki zassać ustami. Po oderwaniu ust ciśnienie atmosferyczne samo wciśnie korek do środka.

Napęd odrzutowy



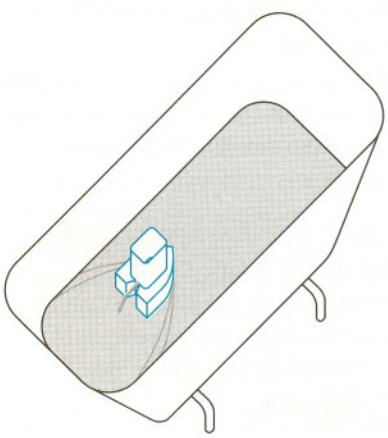
Bardzo łatwo wprawić w ruch samochodzik – zabawkę. Wystarczy popchnąć i jedzie! Równie łatwo wprawić w ruch kamień. Wystarczy (od)rzucić… i leci! W pewnym sensie podobnego rodzaju napęd stosowany jest w rakietach i samolotach odrzutowych. Wystarczy popychać… i leci! Myśląc o przykładzie z kamieniem, można dojść do wniosku, że napęd od–rzutowy jest jednym z najstarszych wynalazków ludzkości. Ale co pcha rakietę? Żeby znaleźć odpowiedzieć na to pytanie, skonstruujemy własny silnik odrzutowy. Aby móc spokojniej obserwować jego pracę, zastosujemy go do napędu łódki, a nie rakiety. Łódkę można wykonać ze styropianu. Silnikiem będzie plastikowy kubek po serku. W pobliżu dna robimy dziurkę o średnicy około 5–7 mm. Możemy ją wytopić łebkiem wkręta rozgrzanego nad palnikiem. To będzie dysza wylotowa. Silnik mocujemy do łódki, po prostu stawiając go na niej po napełnieniu paliwem. Jako paliwa użyjemy tlenku wodoru. Substancja ta nadaje się znakomicie ze względu na stosunkowo niską lepkość i brak szkodliwego działania na środowisko. Młody fizyk-eksperymentator nie powinien mieć tudności z jej zdobyciem. Napełniamy silnik i umieszczamy łódkę na powierzchni akwenu. Mój prototyp przepłynął w kilka sekund całą wannę!

Czy wiemy już, co popycha łódkę? Paliwo pozostające w silniku? Ale jak może wprawiać w ruch coś, co pozostaje w spoczynku względem łódki? Może paliwo wylatujące z silnika? Tak naprawdę naszą łódkę popycha… zasada zachowania pędu. Pęd to iloczyn masy m i prędkości v. Początkowo pęd łódki i paliwa jest równy zeru. Paliwo wypływając z silnika unosi pewien pęd $m_p v_p$. Aby całkowity pęd nie zmienił się, łódka musi uzyskać przeciwnie skierowany, ale równy co do wartości pęd $m_l v_l = m_p v_p$.



A jak wytłumaczyć to w języku sił? Otóż gdyby nie było dyszy, paliwo działałoby z jednakową siłą na przednią i tylną ściankę silnika. Ale skoro w tylnej ściance jest dziura, to w tym miejscu siła na ściankę działać nie może, bo ścianki nie ma. Pozostaje więc niezrównoważona siła działająca na ściankę przednią.

Ze wzoru na pęd widać, że w silniku rakietowym prędkość wyrzucanego paliwa jest równie ważna jak jego masa (gęstość). Także ważna jest masa łódki (rakiety). Powtarzając „loty” łódką po powierzchni wanny, można zaobserwować, że nasza rakieta wcale nie ma stałego przyspieszenia. Gdy już zrozumiemy, dlaczego, to można zaprosić kolegów na zawody. Jaki stopień napełnienia silnika zapewnia najszybsze osiągnięcie przeciwległego brzegu wanny?



Skonstruujmy teraz rakietę o lepszych osiągach. W tym celu jako paliwo zastosujemy mieszaninę azotu, tlenu i dwutlenku węgla w stanie gazowym. Napełniamy nią gumowy balonik i… puszczamy. Przez kilka sekund balonik pędzi jak oszalały. Dlaczego osiągi tej rakiety są lepsze?

W każdym razie jest to piękny dowód eksperymentalny tego, że gazy też mają masę, gdyż inaczej pęd byłby równy zeru. A może ktoś z Czytelników pokusiłby się o eksperymentalne wyznaczenie tą metodą gęstości użytej mieszaniny gazów?

* * *

Mając do dyspozycji gumowy balonik, rurkę o średnicy 15 mm i długości kilku centymetrów, cienki sznurek, ciężarek o masie 100 g, plastelinę, listewkę o długości 50 cm, centymetr krawiecki i stoper, wyznacz gęstość powietrza.

Grzegorz WROCHNA

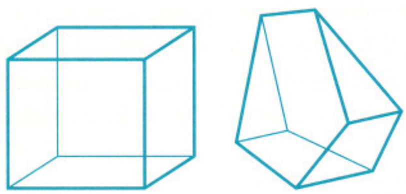
Warto to sobie wyobrazić (2)

Poprzednio stwierdziliśmy, że dla dowolnych liczb naturalnych spełniających warunki

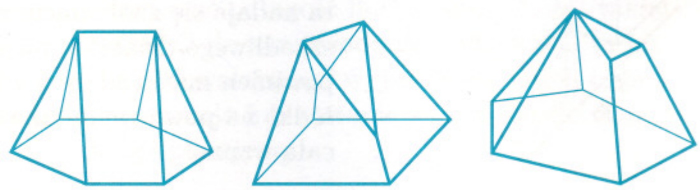
$$W \leq 2S - 4 \quad \text{i} \quad S \leq 2W - 4$$

istnieje wielościan mający W wierzchołków i S ścian.

No dobrze, istnieje, ale czy tylko jeden? – tu byłaby długa dyskusja, które wielościany uznać za takie same. My tymczasem nie będziemy się nad tym zastanawiać, bo pokażemy, że mogą być bliźnięta i trojaczki, to znaczy takie dwa (albo trzy) wielościany, które mają tyle samo wierzchołków i tyle samo ścian, ale są – w myśl wszelkich rozsądnych kryteriów – różne.



Bliźnięta ($W = 8$, $S = 6$).



Trojaczki ($W = 8$, $S = 7$).

Czy istnieją czworaczki, pięcioraczki itd.?

Jak widać z przykładów, ta sama liczba wierzchołków nie wymusza, aby ścian było tyle samo. Natomiast bliźnięta mają tyle samo krawędzi. Podobnie trojaczki. Czy zatem znając liczbę wierzchołków i ścian, znamy tym samym liczbę krawędzi?

M.K.

Jak odróżnić jajko surowe od jajka ugotowanego na twardo (bez tłuczenia skorupki)?

Wystarczy nim zakręcić na gładkim stole. Ugotowane na twardo kręci się jako całość, więc zakręcone wykona ładnych kilka obrotów.

Jajko surowe nie jest ciałem sztywnym, więc kręcenie skorupką nie przenosi się bezpośrednio na wnętrze jajka (chodzi głównie o żółtko). Surowe jajko prawie natychmiast się zatrzyma.

Jeszcze bardziej tajemniczo wygląda następujące doświadczenie. Kładziemy jajko na stole i rozkręcamy je palcem tak, aby jajko wykonało kilka, w miarę szybkich, wymuszonych obrotów (poprzednio kręciliśmy jajkiem jak bączkiem – tylko raz). Jeżeli teraz zatrzymamy je na chwilę, to:

– jajko na twardo po prostu się zatrzyma;
– jajko surowe (po cofnięciu palca) będzie się dalej kręcić!

Łatwo to wytłumaczyć. W drugim przypadku, zatrzymując na chwilę skorupkę, nie zatrzymaliśmy rozkręconego wnętrza jajka. Czy w ten sposób można odróżnić jajko na twardo od jajka na miękko? Teoretycznie tak. Im bardziej jest ono na miękko, tym łatwiej. W praktyce jednak różnica między jeszcze nie całkiem ściętym jajkiem na miękko, a dopiero co ściętym jajkiem na twardo okaże się bardzo trudna lub wręcz niemożliwa do ustalenia.

Może można wtedy zastosować echosonografię albo metody sejsmiczne, czyli np. badać rozchodzenie się poprzecznych fal dźwiękowych (w ciekłej części jajka nie będą się rozchodzić). Nic nam jednak nie wiadomo o praktycznej realizacji tego typu pomysłów.

P.Z.

Czekamy na Wasze pytania. Możecie je listownie przysyłać do redakcji *Delty* lub elektronicznie: `fizeks@eduseek.ids.pl` – fizyka i astronomia, oraz `mateks@eduseek.ids.pl` – matematyka.