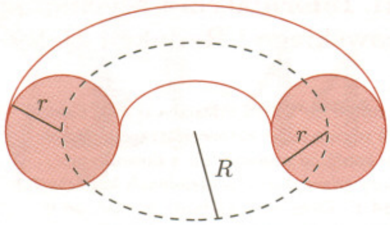

Rys. 3

Na koniec podajmy jeszcze jeden przykład pokazujący, że twierdzenie Guldina może służyć w pewnych przypadkach do wyznaczania objętości brył. Rozważmy jednorodne koło o promieniu r. Jego środek masy leży, oczywiście, w środku koła. Wyobraźmy sobie teraz, że koło porusza się w przestrzeni w ten sposób, że jego środek zatacza okrąg (prostopadły do koła w punkcie przecięcia z kołem w każdej chwili ruchu) o promieniu R. Powstaje w ten sposób dętka rowerowa, czyli torus (rys. 3). Objętość V tego torusa zgodnie z twierdzeniem Guldina jest iloczynem pola powierzchni przemieszczanego koła i drogi, jaką przebył jego środek masy, zatem: $V = 2\pi R \cdot \pi r^2 = 2\pi^2 Rr^2$ Udało się więc wyprowadzić wzór na objętość torusa w prosty sposób, bez skomplikowanego całkowania. Rozważając analogiczne przesuwanie okręgu, możemy łatwo otrzymać następujący wzór na pole powierzchni torusa $S = 4\pi^2 Rr$.

`http://www.gimps.w.pl` Liczba pierwsza Mersenne'a to liczba pierwsza postaci $2^n - 1$, gdzie $n \in \mathbb{N}$.

GIMPS czyli Wielkie Internetowe Poszukiwanie Liczb Pierwszych Mersenne'a ma na koncie wiele rekordów Guinnessa – już czterokrotnie w ramach tego matematycznego programu badawczego odkrywano największe znane podówczas liczby pierwsze. Obecna rekordzistka ma ponad dwa miliony cyfr! Co zrobić, aby zostać odkrywcą kolejnej ogromnej liczby pierwszej? Wystarczy odwiedzić stronę **`http://www.gimps.w.pl`**, z której można ściągnąć za darmo najnowsze oprogramowanie do poszukiwania tych kolosów. Jak go używać, dowiemy się z prosto napisanego przewodnika. Wystarczy jedynie trochę szczęścia i można zostać kolejnym wielkim odkrywcą! Każdy zainteresowany matematyką zapewne chętnie zapozna się z rezultatami badań liczb pierwszych lub ściągnie rozwinięcia dziesiętne 38 liczb pierwszych Mersenne'a. Wśród atrakcji jest także możliwość subskrypcji biuletynu z najświeższymi informacjami o liczbach pierwszych i GIMPS. Autor strony zaprasza!

Krzysztof WILKOSZ

`http://www.gimps.w.pl` Liczba pierwsza Mersenne'a to liczba pierwsza postaci $2^n - 1$, gdzie $n \in \mathbb{N}$.

Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 958. W wierzchołku A_1 dwunastokąta foremnego $A_1A_2\ldots A_{12}$ stoi znak minus, a w pozostałych plusy. Możemy dokonywać operacji, polegających na zmianie znaków stojących przy dowolnych sześciu kolejnych wierzchołkach dwunastokąta. Wykazać, że za pomocą takich operacji nie da się dojść do sytuacji, w której przy A_2 stoi minus, a przy pozostałych wierzchołkach – plusy.
Rozwiązanie na str. 6

M 959. W wierzchołku A_1 dwunastokąta foremnego $A_1A_2\ldots A_{12}$ stoi znak minus, a w pozostałych plusy. Możemy dokonywać operacji, polegających na zmianie znaków stojących przy dowolnych czterech kolejnych wierzchołkach dwunastokąta. Wykazać, że za pomocą takich operacji nie da się dojść do sytuacji, w której przy A_2 stoi minus, a przy pozostałych wierzchołkach – plusy.
Rozwiązanie na str. 7

M 960. W wierzchołkach piętnastokąta foremnego o środku O rozstawiono plusy i minusy. Możemy dokonywać operacji, polegających na zmianie znaków wszystkich znaków stojących przy wierzchołkach pewnego k-kąta foremnego o środku O ($k \in \{3, 5, 15\}$). Udowodnić, że istnieje takie rozstawienie znaków, że nie da się go za pomocą powyżej opisanych operacji otrzymać wychodząc ze zbioru samych plusów.
Rozwiązanie na str. 7

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 551. Obliczyć stałą grawitacji przyjmując, że promień Ziemi jest równy $R = 6370$ km, przyspieszenie ziemskie g=9,81 m/s^2, a średnia gęstość Ziemi wynosi $\rho = 5{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3.
Rozwiązanie na str. 8

F 552. Wyznaczyć masę Słońca, gdy znany jest okres obiegu Ziemi dookoła Słońca T i promień orbity ziemskiej r.
Rozwiązanie na str. 8