maksimum, gęstość przestrzenna wyniosła aż 116 cząstek na taki sam sześcian! Wynika więc, że z fizycznego punktu widzenia wyższe (obfitsze w cząstki) było drugie maksimum, czyli spowodowane przez młody materiał i które wystąpiło tuż po największym zbliżeniu orbit Ziemi i komety.

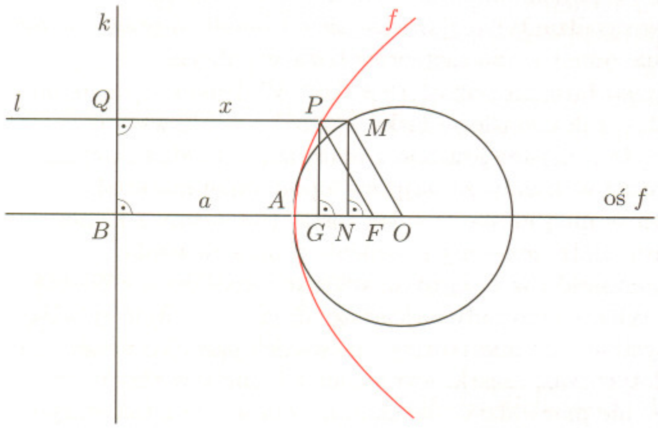
Gdy spojrzymy jednak na cząstki cięższe od 1 mg (powodujące zjawiska jaśniejsze od 2,7 mag), okaże się, że pierwsze maksimum charakteryzuje się gęstością przestrzenną 13 cząstek na sześcian o boku 1000 km, a drugie jest ponad dwukrotnie niższe. Potwierdza to całkowicie fakty, które znamy już dzięki analizie współczynnika r, tzn. że w pierwszym maksimum obserwowaliśmy głównie cząstki masywne, a w drugim głównie lekkie.

Pomimo tak ciekawych wyników obserwatorzy meteorów byli trochę zawiedzeni. Trzysta meteorów na godzinę to nie kilka czy kilkanaście tysięcy, do których Leonidy w XIX i XX wieku zdążyły już nas przyzwyczaić. Na szczęście, w roku 1999 Leonidy pokazały, na co je stać, i w maksimum sypnęły liczbami godzinnymi przekraczającymi 3000. Wydaje się ponadto, że nie powiedziały one ostatniego słowa i w latach 2001–2002 możemy oczekiwać aktywności nawet rzędu 10 tysięcy meteorów na godzinę! Czego i Wam, i sobie z całego serca życzę!

Szanowna Redakcjo,

przedstawiam rozwiązanie problemu, dotyczącego środka krzywizny krzywej drugiego stopnia, postawionego w artykule „Tylko Pitagoras" w *Delcie* 1/2001.

Niech f będzie parabolą, elipsą albo hiperbolą. Wprowadzamy oznaczenia: k – kierownica krzywej f, F – jej ognisko, A – jej wierzchołek, B – punkt przecięcia osi krzywej f z kierownicą, O – środek okręgu stycznego do f w punkcie A, r – promień tego okręgu, M – dowolny punkt leżący na lewym półokręgu, l – prosta prostopadła do prostej k przechodząca przez punkt M, P – punkt przecięcia prostej l z krzywą f, Q – punkt przecięcia prostych l i k, G – rzut prostokątny punktu P na oś krzywej f, N – rzut prostokątny punktu M na oś krzywej f, $AB = a$, $PF/PQ = s$, $AF/AB = s$, $QP = x$ (a, s i x to dane liczby dodatnie).



Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta PGF mamy $PG^2 + GF^2 = PF^2$, czyli $PG^2 + (BF - QP)^2 = PF^2$, $PG^2 + (BA + AF - QP)^2 = PF^2$,

(1) $$PG^2 + (a + sa - x)^2 = (sx)^2.$$

Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta MNO mamy $MN^2 + NO^2 = MO^2$, czyli

(2) $$MN^2 + (BO - QM)^2 = MO^2.$$

Warunkiem na to, aby okrąg $o(O, r)$ nie przecinał krzywej f, jest nierówność $QM \geq QP$ (punkt P leży między punktami Q i M). Stąd i z (2) otrzymujemy $MN^2 + (BO - QP)^2 \geq MO^2$, czyli

$$PG^2 + (a + r - x)^2 \geq r^2,$$

bo $MN = PG$. Stąd i z (1) otrzymujemy

$$(sx)^2 - ((1+s)a - x)^2 + (a + r - x)^2 \geq r^2$$

i po przekształceniach

(3) $$s^2x^2 + 2(sa - r)x + 2ar - (s^2 + 2s)a^2 \geq 0.$$

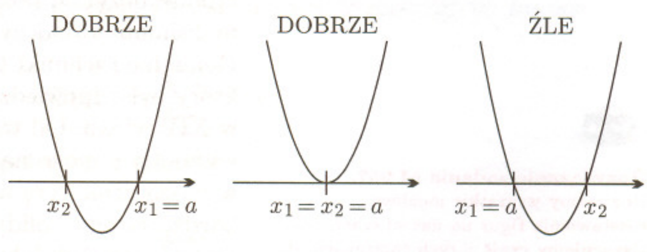
Powyższa nierówność musi być spełniona dla każdego $x \in \langle a, a + r\rangle$. Nietrudno zauważyć, że nierówność (3) przechodzi w równość dla $x_1 = a$. Po podzieleniu lewej strony (3) przez $x - a$ otrzymujemy rozkład

$$(x - a)(s^2x + 2sa - 2r + s^2a).$$

Stąd łatwo obliczyć drugie miejsce zerowe trójmianu, a mianowicie

$$x_2 = (2r - 2sa - s^2a)/s^2.$$

Wobec tego, że lewa strona (3) ma być nieujemna, musi być $x_2 \leq a$, co wynika z wykresów



Tym samym $(2r - 2sa - s^2a)/s^2 \leq a$, skąd $r \leq (s^2 + s)a$. Z określenia promienia krzywizny (maksymalizujemy r) wynika, że $AO = r = (s^2 + s)a = (s + 1)sa$. Ponieważ $AF = sa$, więc $AO = (s + 1)AF$.

Uwagi

1. Dla paraboli ($s = 1$) otrzymujemy wyprowadzoną w artykule równość $AO = 2AF$.
2. Ponieważ $s > 0$, więc $AO > AF$ dla dowolnej krzywej drugiego stopnia, czyli środek krzywizny wierzchołka A leży poza odcinkiem łączącym wierzchołek A z ogniskiem F.

Witold BEDNAREK