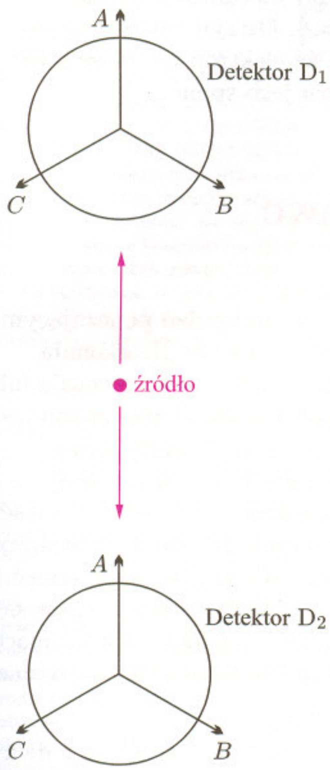
O parametrach ukrytych coś jeszcze

Piotr ŻMIJEWSKI



Oto przykład prostego eksperymentu myślowego, który pokazuje, że niemożliwe jest, aby elektron miał parametry ukryte, determinujące wynik pomiaru jego spinu.

Rozważmy następujący układ doświadczalny przedstawiony na rysunku. W środku znajduje się źródło, które może wyemitować dwie cząstki: elektron i pozyton, poruszające się w przeciwnych kierunkach, mające całkowity spin równy zeru. Po obu stronach układu znajdują się dwa detektory (oznaczone przez D_1 i D_2). Każdy z nich umożliwia pomiar spinu w jednym z trzech (dowolnie wybranym dla każdego pomiaru) kierunków, ustawionych względem siebie pod kątem 120°. Kierunki te oznaczone są przez A, B i C. Pomiar spinu cząstki w dowolnym kierunku daje zawsze jedną z dwóch możliwych wartości. Dla pomiaru spinu w kierunku A przez detektor D_1 wartości te mogą wynosić A_{1+} (spin w górę) lub A_{1-} (spin w dół), dla pozostałych kierunków analogicznie.

Istnienie parametrów ukrytych dla pomiaru spinu oznacza, że cząstka lecąca np. w kierunku detektora D_1 ma z góry przygotowany zestaw odpowiedzi na pytanie o wynik pomiaru spinu dla każdego z trzech kierunków: A, B i C. Zauważmy, że zestaw tych odpowiedzi określa jednoznacznie wyniki pomiarów dla drugiej z cząstek, lecącej w kierunku detektora D_2, co wynika stąd, że całkowity spin układu cząstek jest równy zeru. Przykładowo, gdy cząstka lecąca w kierunku detektora D_1 ma przygotowane odpowiedzi: (A_{1+}, B_{1+}, C_{1-}), to cząstka lecąca w kierunku D_2 ma odpowiedzi (A_{2-}, B_{2-}, C_{2+}). Mamy więc 8 różnych zestawów parametrów ukrytych, mianowicie: (A_{1+}, B_{1+}, C_{1+}), (A_{1+}, B_{1+}, C_{1-}), (A_{1+}, B_{1-}, C_{1+}), (A_{1+}, B_{1-}, C_{1-}), (A_{1-}, B_{1+}, C_{1+}), (A_{1-}, B_{1+}, C_{1-}), (A_{1-}, B_{1-}, C_{1+}), (A_{1-}, B_{1-}, C_{1-}).

Eksperyment polega na tym, że po każdej emisji cząstek ze źródła ustawiamy detektor D_1 na pomiar spinu w kierunku wybranym losowo, a detektor D_2 na pomiar spinu w innym kierunku niż kierunek wybrany w D_1 (również wybieranym losowo spośród dwóch pozostałych). Przykładowo, gdy w D_1 wylosowaliśmy kierunek A, to w D_2 możemy wylosować kierunek B lub C. W eksperymencie interesuje nas, jakie jest prawdopodobieństwo P, że pomiary wykonane przez D_1 i D_2 dadzą takie same wartości spinów. Rozważmy dwa możliwe przypadki (ze względu na parametry ukryte):

1. **Cząstka docierająca do D_1 da taki sam wynik pomiaru spinu dla wszystkich trzech kierunków pomiaru**, zatem są to dwie z ośmiu wymienionych wcześniej możliwych wartości parametrów ukrytych, mianowicie: (A_{1+}, B_{1+}, C_{1+}) lub (A_{1-}, B_{1-}, C_{1-}). Jak łatwo zauważyć, w tym przypadku szukane prawdopodobieństwo P wynosi 0, bo nigdy pierwsza i druga cząstka nie da takiej samej wartości spinu.
2. Pozostałe sześć z ośmiu możliwości to: **cząstka docierająca do D_1 da taki sam wynik pomiaru spinu dla dwóch kierunków pomiaru i przeciwny wynik dla trzeciego kierunku pomiaru spinu**. Rozważmy to dla stanu (A_{1+}, B_{1+}, C_{1-}); w pozostałych pięciu możliwych sytuacjach rozumowanie przebiega analogicznie. Prawdopodobieństwo, że po rozpadzie detektor D_1 wybierze kierunek A, wynosi $\frac{1}{3}$. Detektor D_2 może wtedy wybrać tylko kierunki B lub C (każdy z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$) i tylko wybór kierunku C daje zgodne wyniki dla kierunków spinów (tzn. A_{1+} i C_{2+}). Podobna sytuacja zachodzi, gdy dla detektora D_1 został wybrany kierunek B. W przypadku gdy detektor D_1 wylosował kierunek C (też z prawdopodobieństwem $\frac{1}{3}$), detektor D_2 bez względu na wybór kierunku pomiaru zmierzy spin w kierunku zgodnym z wynikiem dla D_1, tzn. możliwe są wyniki: $\{C_{1-}, A_{2-}\}$ lub $\{C_{1-}, B_{2-}\}$.

Ogólnie, szukane prawdopodobieństwo, że oba detektory zmierzą spin w tym samym kierunku, wynosi: $P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$.

Rozwiązanie zadania M 954.
Rozważmy najpierw dowolną liczbę naturalną spełniającą $n \le 2000$ i $n + 101 > 2000$. Wtedy

$$f(n) = f(f(n+101)) = \\ = f(n + 101 - 100) = f(n+1),$$

czyli $f(1900) = f(1901) = \ldots = f(2000) = f(2001) = 1901$. Niech teraz $n < 1900$. Niech $m \in \mathbb{N}$ będzie taka, że $1900 \le n + 101m \le 2000$. Wtedy mamy

$$f(n) = f^2(n+101) = \ldots = \\ = f^{m+1}(n + 101m) = \\ = f^m(f(n+101m)) = \\ = f^m(1901) = 1901.$$

Stąd dla wszystkich $n \le 2000$ zachodzi $f(n) = 1901$ (też ładna data).

$$\left(-\frac{\hbar}{2\mu}\Delta + V\right)\psi = E\psi$$

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że jakikolwiek wybralibyśmy rozkład na prawdopodobieństwa wystąpienia każdego z ośmiu zestawów parametrów ukrytych, to nigdy P nie przekroczy wartości $\frac{2}{3}$, tzn. $P \leq \frac{2}{3}$. Tymczasem z praw mechaniki kwantowej (potwierdzonych doświadczalnie) wynika, że $P = \sin^2(\phi/2)$, gdzie ϕ jest kątem między kierunkami pomiarów spinów. W naszym przypadku $P = \sin^2(120°/2) = \frac{3}{4}$. Otrzymany wynik jest więc sprzeczny z nierównością $P \leq \frac{2}{3}$, co dowodzi, że elektron nie może mieć parametrów ukrytych, określających wynik pomiaru jego spinu.

Komputery kwantowe i obliczenia kwantowe

Arkadiusz ORŁOWSKI

Recenzowanie nieistniejących książek może być zajęciem bardzo pouczającym i twórczym. Dobrym przykładem są utwory Stanisława Lema: „Doskonała próżnia", „Wielkość urojona" i „Biblioteka XX wieku". Wnikliwa recenzja lub posłowie do książki, której (jeszcze) nikt nie napisał, pozwala lepiej zrozumieć, dlaczego książka taka powinna (lub nie powinna) powstać. W niniejszym artykule idziemy w ślady Lema, omawiając urządzenia, które nie istnieją – komputery kwantowe. Chodzi o komputery, których działanie w istotny sposób wykorzystuje niezwykłe własności obiektów kwantowych. Nie mamy wątpliwości, że komputery kwantowe powinny zostać zbudowane. Wiemy, że mogą istnieć (nie przeczy to żadnym znanym prawom przyrody) i że jeżeli powstaną – mogą się bardzo przydać. Wiemy również, jak powinny działać i w jakich zagadnieniach biją na głowę wszelkie istniejące lub dające się pomyśleć komputery klasyczne (nie kwantowe).

W pewnym (trywialnym) sensie każdy komputer jest komputerem kwantowym, ponieważ jest obiektem materialnym, a materia podlega prawom mechaniki kwantowej. Chodzi jednak o to, że komputery współczesne nie wykorzystują (jak dotąd) tych własności obiektów fizycznych, które przeczą naszej klasycznej intuicji. Do zrozumienia, jak działa komputer klasyczny, nie musimy znać mechaniki kwantowej. Wiedza ta nie jest również niezbędna projektantom komputerów i programistom (choć projektanci układów scalonych i chipów muszą się liczyć z prawami fizyki, także kwantowej). Zachowanie się współczesnych komputerów, podobnie jak funkcjonowanie samochodów, można zrozumieć w ramach fizyki klasycznej. Komputer, zwany też elektroniczną maszyną cyfrową i (do lat siedemdziesiątych) mózgiem elektronowym, jest urządzeniem realizującym pewną koncepcję matematyczną. Ale działający komputer jest, oczywiście, obiektem fizycznym. Podobnie jak samochód. Jednak w odróżnieniu od samochodu, który jest urządzeniem przetwarzającym energię, komputer zajmuje się przetwarzaniem informacji. Komputer też pobiera energię i wydziela ciepło, ale jego istotną funkcją jest obróbka informacji. Teoria informacji jest obecnie dobrze ugruntowaną dyscypliną matematyczną. Informację można traktować także jako obiekt fizyczny, bowiem w świecie rzeczywistym musi być zawsze zakodowana w stanach obiektów fizycznych i jest przenoszona przez obiekty fizyczne poprzez fizyczne kanały transmisji (zwykle nieidealne – z szumem). Ponieważ nasz Wszechświat podlega prawom mechaniki kwantowej (nie tylko w skali mikroświata – współczesna kosmologia też jest kosmologią kwantową), również informacja musi mieć swoją „kwantową twarz". Komputer kwantowy możemy więc zdefiniować jako urządzenie przetwarzające informację kwantową.

Jednostką klasycznej informacji jest bit, który może przyjmować jedną z dwu wartości: 0 lub 1. Bit można zrealizować fizycznie za pomocą dowolnego układu, który może znajdować się w dowolnym z dwu wyraźnie rozróżnialnych stanów (kondensator jest naładowany lub nie, prąd płynie lub nie płynie, namagnesowanie domeny jest skierowane w dół lub w górę względem przyłożonego pola magnetycznego). W mechanice kwantowej istnieje wiele układów fizycznych o dwóch stanach bazowych, takich jak spin elektronu lub protonu, polaryzacja fotonu itp. W odróżnieniu od układów klasycznych w tym przypadku układ może być również w dowolnej superpozycji stanów bazowych. Bit kwantowy (qubit) może więc być jednocześnie w dwóch stanach bazowych. Przypomina to trochę logikę wielowartościową z nieprzeliczalną liczbą możliwości (wartości logicznych).

Qubit jest pewną superpozycją $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ stanów $|0\rangle$ i $|1\rangle$ – opisujących jakiś obiekt fizyczny. Są to ustalone wektory ortogonalne o jednostkowej długości, na przykład $(1, 0)$ i $(0, 1)$. Ewolucja tych stanów w czasie jest zakodowana w pewnej macierzy, nazywanej macierzą ewolucji, działającej na wektory stanu. Na pierwszy rzut oka qubit zawiera więc więcej informacji niż bit. Nieskończenie wiele informacji można przecież zakodować w rozwinięciu dwójkowym współczynników α i β stojących przy wektorach bazowych. Współczynniki te, zwane amplitudami prawdopodobieństwa, są liczbami zespolonymi – po uwzględnieniu normalizacji $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ pozostają trzy wolne parametry rzeczywiste. Ale w rzeczywistości pojedynczy, izolowany qubit niesie dokładnie tyle samo informacji co pojedynczy bit. Chcąc odczytać wartość qubitu, musimy bowiem dokonać pomiaru, co powoduje, że qubit może się znaleźć tylko w jednym ze stanów własnych operatora opisującego układ pomiarowy. Co więcej, teoria kwantowa twierdzi, że wynik takiego pomiaru jest zupełnie przypadkowy. Dla powyższej superpozycji prawdopodobieństwa znalezienia qubitu w stanach $|0\rangle$ i $|1\rangle$ wynoszą $|\alpha|^2$ i $|\beta|^2$, odpowiednio. W mechanikę kwantową wbudowany jest doskonały generator liczb losowych.

Komputer klasyczny jaki jest – każdy widział. Na jednym z nich napisałem ten tekst. Namiętnie grający w multimedialne gry komputerowe lub zajmujący