mała delta

Więcej *Małej Delty*

W tym numerze *Małej Delty* jest więcej niż zwykle! Stało się to możliwe dzięki współpracy z Internet Data Systems SA, właścicielem portalu edukacyjnego *Eduseek*. Od początku tego roku pod adresem `eduseek.ids.pl/delta` ukazuje się internetowe wydanie *Małej Delty*. Co miesiąc w sieci pojawiają się cztery artykuły. W części są to materiały archiwalne. Niektóre wzbogacane są przez *Eduseek* interaktywnymi animacjami. Oprócz tego odpowiadamy na zadawane przez internautów pytania z matematyki (Konrad Pióro) oraz z fizyki i astronomii (Piotr Zalewski).

Tak naprawdę to właśnie od pomysłu odpowiadania na pytania wszystko się zaczęło. Podsunął go nam nieodżałowany Tomasz Hofmokl, któremu zarówno *Delta*, jak i polski Internet zawdzięczają naprawdę niemało...

Przy okazji warto przypomnieć, do kogo adresowana jest *Mała Delta*. Chcielibyśmy, aby zaciekawiła zdolnych uczniów starszych klas szkoły podstawowej, była zrozumiała dla każdego, interesującego się przedmiotami ścisłymi gimnazjalisty, a pozostałym Czytelnikom *Delty* dawała wytchnienie po wymagających więcej skupienia artykułach. Wydawanie *Małej Delty* w Internecie powinno ułatwić do niej dostęp najmłodszym. Niech nabiorą apetytu.

Jednocześnie otwieramy się na wszystkich cybernautów. Gwarantuje to zupełnie nowe doznania, związane choćby z pytaniami typu: „Jak rozwiązać zadanie 4 ze strony 5?" (oczywiście bez podania, o jaką książkę chodzi), ogólniejszymi wersjami ogólnej teorii względności (bez zbędnych matematycznych komplikacji) albo z pytaniem następującym: „Jak to możliwe, że na promie kosmicznym, który lata w odległości zaledwie około 200 km nad Ziemią, jest stan nieważkości? Przecież ziemska grawitacja powinna na tej wysokości być jeszcze bardzo silna..."

Przypomina mi to historyjkę, którą kiedyś znalazłem właśnie w Internecie. Dwóch „ścisłych" studentów pewnego amerykańskiego uniwersytetu uczęszczało na dodatkowe zajęcia, bodaj z socjologii. W trakcie wykładu, dotyczącego zachowania ludzi w warunkach ekstremalnych, z błogiego zadumania wyrwał ich przykład o przebywaniu kosmonautów na Księżycu w stanie, a jakże, nieważkości. Na pytanie, dlaczego na Księżycu miałby być stan nieważkości, otrzymali odpowiedź:
– Przecież to jest w Kosmosie!
– Dlaczego więc kosmonauci nie unoszą się nad powierzchnią Księżyca?!
– No bo mają ciężkie buty!

Okazało się, że nie tylko zdecydowana większość obecnych na sali była tego właśnie zdania, ale również 2/3 spośród losowo wybranych mieszkańców kampusu (dwaj bohaterowie przeprowadzili amatorskie badanie statystyczne, bo mieli nadzieję, że grupa, z którą chodzili na zajęcia, nie była reprezentatywna). W dodatku tylko połowa z „wyznawców" ciężkiego obuwia dawała się nawrócić.

No ale co to ma wspólnego z Czytelnikami *Delty*? Pozornie nic. Ile jednak razy jesteśmy tak zaskoczeni absurdalnością czyjegoś poglądu, że... nie potrafimy na poczekaniu przedstawić trafiających do adwersarza argumentów? Jak mawiał Feynman, „jeżeli nie potrafimy czegoś wytłumaczyć własnej babci, to widocznie sami tego tak do końca nie rozumiemy." A jeżeli czegoś się nie rozumie, to najlepiej pójść za radą mądrych wykładowców i „dobrać sobie jeszcze takich dwóch albo trzech, co nie rozumieją, i im wytłumaczyć".

Rozszerzoną *Małą Deltę* postaramy się wkładać do *Delty* kilka razy do roku. Następnym takim numerem będzie już numer sierpniowy. Oprócz zamieszczania „normalnych" artykułów, będziemy też dzielić się tym, co się nam dzięki pytaniom internautów uda na nowo zrozumieć. Jak to jest z tą nieważkością – już w tym numerze.

P.Z.

Tak nie jest dobrze, skoro można lepiej

– Ta metoda poszukiwania największego wspólnego dzielnika jest zupełnie do kitu – ocenił poprzednią lekcję matematyki Opak, nazwany tak z tej racji, że zawsze chciał wszystko robić inaczej niż inni.
– Czepiasz się – zniecierpliwił się Gładki (każdy bez trudu zgadnie, jak zasłużył sobie na tę ksywę). – Chcę na przykład znaleźć NWD dla 360 i 378; rozkładam

$$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{i} \quad 378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7,$$

każdej liczby pierwszej biorę mniejszą ilość i mam

$$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18.$$

Czy może być coś prostszego?
– Ciekawe, czemuś nie obliczał NWD dla 4 i 6? Jeszcze łatwiej by ci poszło – odpowiedział Opak. – Jak jesteś taki mądry, to znajdź NWD dla 247 i 299.
Chwilę to potrwało, w końcu Gładki się poddał.
– A może one nie mają NWD, to znaczy, może ich NWD jest 1? – zasugerował.
– No widzisz: nie masz pojęcia, jak się do tego zabrać – pokiwał głową Opak. – Wszystko dlatego, że zabierasz się do roboty, stosując dzielenie. A tu trzeba, kolego, odejmować!
– Jakieś kpiny – oburzył się Gładki.
– I jeszcze nie wierzysz, gdy ci się mówi, jak to jest – szydził Opak. – Może jednak spróbowałbyś?
– Ale jak? – Gładki poddał się już całkowicie.
– Oczywiście pod moim światłym kierownictwem. – Opak był bezlitosny. – Po prostu od większej liczby odejmij mniejszą

$$299 - 247 = 52.$$

– No i co?
– Jeszcze raz odejmij!
– Przecież się nie da – jęknął Gładki.
– O, to jednak coś chwytasz – zakpił Opak. – Wobec tego teraz od 247 odejmij to, co ci wyszło.

$$247 - 52 = 195,$$
$$195 - 52 = 143,$$
$$143 - 52 = 91,$$
$$91 - 52 = 39.$$

Gładki dla świętego spokoju odejmował 52 tyle razy, ile się dało, a na koniec zapytał (bo nie był to w końcu głupi chłopak): – Pewnie teraz mam od 52 odejmować 39?
– Tak trzymać – tym razem Opak powstrzymał się od dokuczania koledze. Tamten wobec tego obliczał:

$$52 - 39 = 13$$

i dalej się nie da, więc

$$39 - 13 = 26,$$
$$26 - 13 = 13,$$
$$13 - 13 = 0.$$

– I co mam teraz zrobić? – zapytał Opaka. – Przecież odejmowanie zera nie ma sensu!
– Nic nie masz robić! – triumfalnie wykrzyknął Opak. – Ostatnia liczba, jaką odejmowałeś, to właśnie NWD. Zresztą sam sprawdź.
Gładki wykonał dzielenia

$$247 : 13 = 19 \quad \text{i} \quad 299 : 13 = 23$$

i już wiedział, że rzeczywiście wynik jest dobry. Dla wszystkiego wyraził jeszcze nieśmiałą wątpliwość: – I to jest zawsze dobrze?
– Jasne – odparł Opak. – A ponadto możesz przecież sprawdzić to na innym przykładzie, choćby na twoim 360 i 378.
Ale Gładki i tak uwierzył koledze. – A dlaczego to jest dobrze? – zapytał.
Opak jednak, tak jak się spodziewał, był nieużyty.
– Ho, ho, wiele chciałbyś wiedzieć. Gdybym ja miał, tak jak ty, szóstkę z matematyki, potrafiłbym to uzasadnić. Ale muszę cię zmartwić, ta metoda to jeszcze małe piwo. Co byś powiedział na takie obliczenie:

$$5 \cdot 299 - 6 \cdot 247 = 1495 - 1482 = 13.$$

– To dopiero – Gładki aż otworzył usta ze zdumienia. – Ale skąd wiedziałeś, że trzeba wziąć piątkę i szóstkę?
– Tajemnica warsztatu artysty – rzucił artysta i wybiegł.

⋆ ⋆ ⋆

Część warsztatu artysty jesteśmy w stanie ujawnić. Otóż dziadek Opaka kupił ojcu Opaka, gdy ten ojciec był w takim wieku, jak Opak dzisiaj, książkę z obrazkami pod tytułem *Czy umiecie się dziwić?* W tej książce (którą, być może, znajdziecie w jakiejś bibliotece) zawarte zostały *Małe Delty* z dawnych czasów.
Z rozdziału *Sposób na olbrzymy* w tej książce można się nauczyć tego sposobu z odejmowaniem. Są tam zaproponowane także przykłady dla nabycia wprawy w poszukiwaniu NWD: 1073 i 1517, 1139 i 6499, 7387 i 7921, 2501 i 2911, 403 i 713. Byłoby chyba niegłupie nauczyć się tego, czego mogli się nauczyć nasi rodzice.

Natomiast ostatni sposób Opaka to już chyba jakaś inna sprawa. Nie ma rady – trzeba będzie poczekać do następnego z nim spotkania.

M.K.

Kiedy ciało jest w stanie nieważkości?

Wbrew dość powszechnemu błędnemu mniemaniu stan nieważkości nie ma nic wspólnego z brakiem grawitacji. Doświadczamy go, ilekroć w żaden sposób nie przeciwdziałamy sile grawitacji (ani siłom bezwładności).

Sytuacja taka ma miejsce np. w spadku swobodnym, o ile można zaniedbać inne siły, jak np. opór powietrza, lub zrównoważyć ich działanie.

Zazwyczaj siła grawitacji jest równoważona reakcją podłoża. Wystarczy jednak tylko podskoczyć (!), żeby na moment znaleźć się w stanie nieważkości (przy prędkościach uzyskiwanych przy podskakiwaniu opór powietrza jest zaniedbywalny). Warto tu uzmysłowić sobie rzecz oczywistą, że w stanie nieważkości jesteśmy już, kiedy lecimy w górę.

Znanym (prawda?) przykładem spadku swobodnego jest ruch po orbicie, np. okołoziemskiej. Co to jednak za spadek, w którym spada się, spada i spaść nie można?

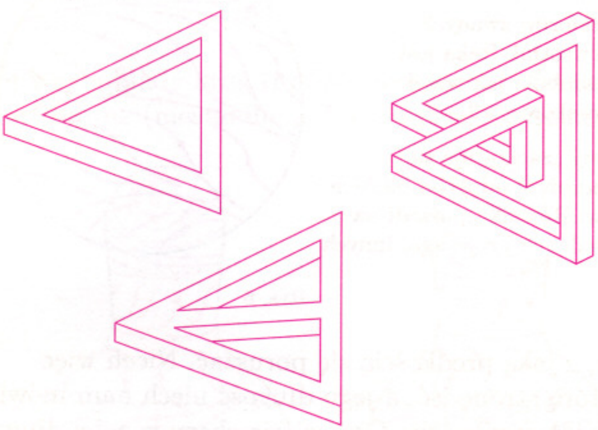
Dobry, jak każdy inny (a nawet lepszy). W zasadzie niczym nie różni się od rzutu kamieniem. Jedyne różnice to brak oporu powietrza (jeżeli orbita jest powyżej atmosfery) i to że „orbita” kamienia przecina powierzchnię Ziemi (gdzie ruch się kończy), a orbita satelity tej powierzchni nie przecina (bo prędkość satelity jest wystarczająco duża).

Inny przykład uzyskania stanu nieważkości na dłuższy czas (kilka minut) to tzw. loty balistyczne samolotem. Samolot najpierw rozpędza się, a następnie pozwala się mu „swobodnie spadać”, używając silników do jak najdokładniejszego równoważenia oporu powietrza (używa się do tego odpowiednio zaprogramowanego autopilota). Dzięki temu samolot wykonuje rzut ukośny, jakby powietrza nie było. Oczywiście, należy tę zabawę przerwać, zanim tor lotu przetnie powierzchnię Ziemi i to na tyle wcześnie, żeby wyprowadzenie z lotu nurkowego nie wymagało użycia przyspieszeń zagrażających życiu załogi.

P.Z.

Warto to sobie wyobrazić

Przyzwoity wielościan to taki, który (gdyby był z gumy) dałby się nadmuchać w taki sposób, że stałby się kulą.



Nieprzyzwoite wielościany (a jeden to zupełnie niemożliwy).

Czy wiecie, że każdy przyzwoity wielościan ma taką własność, iż liczby W jego wierzchołków i S jego ścian spełniają bliźniacze, symetryczne warunki:

$$W \leq 2S - 4 \quad \text{i} \quad S \leq 2W - 4 \ ?$$

Jeśli nie wiedzieliście, to już wiecie. Na przykład dla sześcianu jest tak: wierzchołków ma 8, a ścian 6 – i rzeczywiście jest $8 \leq 2 \cdot 6 - 4$, bo to przecież też 8; jest również $6 \leq 2 \cdot 8 - 4$, bo to przecież 12.

A czy może być tak, że oba razy jest równość? Znajdźcie przykład. Jest taki jeden bardzo łatwy do znalezienia. A czy są inne?

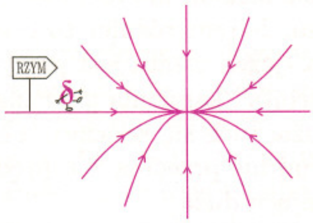
Najbardziej ciekawe jest jednak to, że dla każdych dwóch liczb W i S, większych od 3 i spełniających te warunki, można znaleźć przyzwoity wielościan, który ma W wierzchołków i S ścian. Czy potraficie wyobrazić sobie wielościan mający np. 6 wierzchołków i 8 ścian? Albo 9 wierzchołków i 9 ścian? A może 4 wierzchołki i 5 ścian? Nie, to ostatnie to był żart: przecież $5 > 2 \cdot 4 - 4 = 4$.

Z tego widać, że suma W i S nie może być równa 9. Ciekawe, że każdej innej sumie (nie mniejszej niż 8) już jakiś wielościan odpowiada.

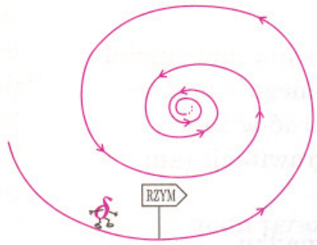
M.K.

Wszystkie drogi prowadzą do Rzymu

Wszystkie drogi prowadzą do Rzymu. Ale jak? Jak mogą wyglądać drogi prowadzące do jednego punktu? Czy z każdego punktu do każdego punktu prowadzi jakaś droga?



Rys. 1



Rys. 2

Tak?

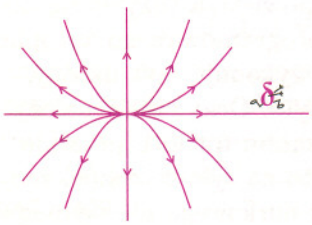
A może tak?

Punkty, z których donikąd się nie idzie (w których pozostaje się na zawsze), nazywamy stacjonarnymi.

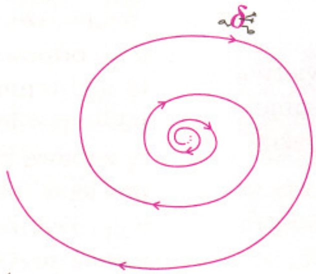
Jeśli do punktu stacjonarnego idzie się tak jak na rysunku 1, to punkt taki nazywa się węzłem stabilnym.

Punkt, który obiega droga na rysunku 2, nazywa się ogniskiem stabilnym.

I skąd te drogi wychodzą? Może z punktu, gdzie nikt nie chce być?



Rys. 3



Rys. 4

Punkt z rysunku 3 to węzeł niestabilny.

Ten z rysunku 4 to ognisko niestabilne.

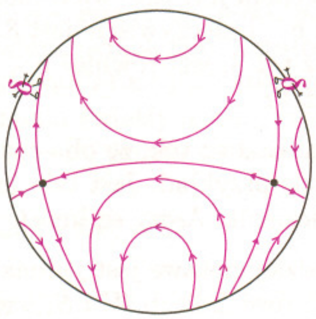
Wędrowcy znajdujący się w tych punktach pozostają w nich (są to więc punkty stacjonarne), natomiast wszyscy okoliczni wędrowcy uciekają od tych punktów.

A może jest zupełnie inaczej?

Wyróżnione punkty stacjonarne na równiku to tzw. siodła.

Do jednego z nich zbiegają wędrowcy z równika, a uciekają wędrowcy z południka.

Dla drugiego siodła jest na odwrót. Wszystkie inne drogi biegnące w pobliżu siodeł najpierw się do nich zbliżają, a potem oddalają.



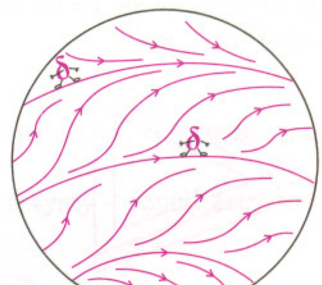
Rys. 5

Zwrotniki i równik to cykle graniczne: drogi, po których chodzi się bez końca.

Wędrujący po Zwrotniku Raka nigdy go nie opuszczają, a sąsiedni wędrowcy nieograniczenie się do niego przybliżają.

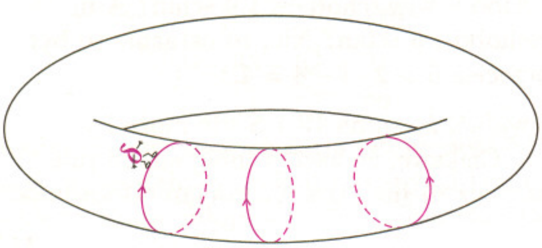
To własności zbiorów zwanych atraktorami: Zwrotnik Raka jest atraktorem, podobnie jak węzeł i ognisko z rysunków 1 i 2.

Zupełnie inaczej „zachowuje się" Zwrotnik Koziorożca: odpycha bliskich mu wędrowców. Równik „poszedł na kompromis": jednych przyciąga, innych odpycha.



Rys. 6

No, dobrze, ale sama droga to za mało: nie wiemy jeszcze, z jaką prędkością się poruszać. Niech więc w każdym punkcie będzie włosek, który pokaże nam, w którą stronę iść, a jego długość niech nam mówi, z jaką mamy iść prędkością. Oczywiście chcemy, żeby długość i kierunek włoska zmieniały się regularnie wraz ze zmianą punktu (gładka fryzurka). Wówczas zawsze na tak owłosionej Ziemi pojawi się łysinka. Ale gdyby Ziemia była torusem…



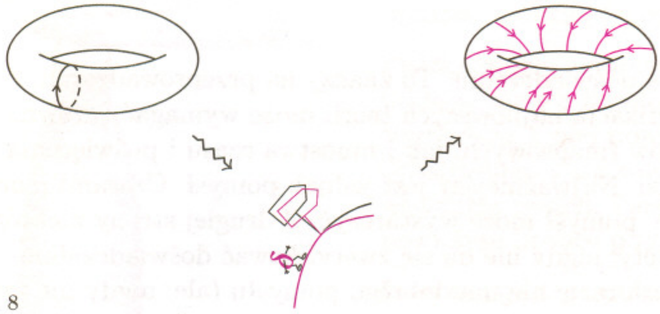
Rys. 7

Torus można uczesać bez łysinek.

Na torusie może więc nie być żadnych punktów stacjonarnych.

Na rysunku wszystkie drogi mają kształt obrączki.

A co się stanie, gdy zawieje leciutki wiatr i włosy się trochę poskręcają? Wędrowcy skręcą odrobinę w lewo lub w prawo i może ich drogi staną się zupełnie inne niż dotąd?

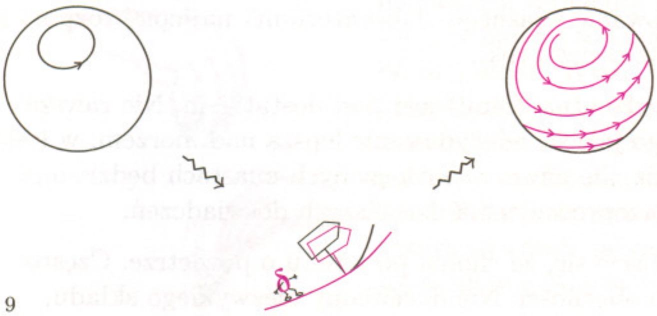


Rys. 8

Włosy-drogowskazy zmieniły kierunek – obróciły się nieco w prawo. Droga, która wcześniej była „obrączką", teraz obiega torus. Może się zdarzyć, że nigdy się nie zamknie – i tę właśnie sytuację przedstawia rysunek.

Wędrowiec idący taką drogą w każdym, choćby najmniejszym, kółeczku na torusie gościć będzie nieskończenie wiele razy.

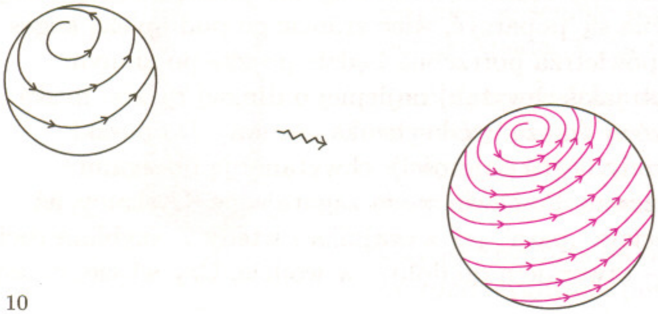
Na sferze nawet najdrobniejszy powiew wiatru też może wszystko odmienić:



Rys. 9

Droga początkowo okrążała biegun północny, po tym jak wiatr zawiał na południe i poskręcał drogowskazy, droga ucieka od bieguna północnego i ma kształt spirali. To zupełnie inna droga niż wcześniej.

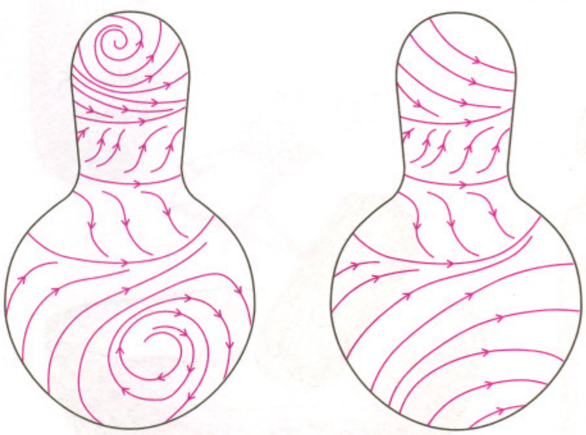
Ale nie zawsze mamy takie katastrofy. Mogą być takie układy drogowskazów (fryzury), że drogi pozostaną w zasadzie te same, o ile tylko wiatr nie będzie zbyt silny.



Rys. 10

Droga spiralnie uciekała od bieguna północnego, a wiatr zawiał na północ (ale lekko). Teraz droga znów spiralnie ucieka od bieguna północnego, tylko trochę wolniej.

Są więc układy dróg (i odpowiadające im fryzury) odporne na drobne zaburzenia (stabilne) i układy nieodporne (niestabilne). Jak myślisz, Czytelniku, które z poniższych są stabilne?



przód tył

Rys. 11

Rozpoznać pewne układy stabilne pozwala np. twierdzenie Peixoto. Podamy je w nieco uproszczonej wersji. Jeśli na sferze, torusie czy ogólniej – sferze z n uchami – sieć dróg ma punkty stacjonarne tylko takie jak ogniska i węzły z rysunków 1–4 lub siodła z rysunku 5, jeśli nie ma ani bezpośrednich połączeń między siodłami, ani dróg tego typu, jak ta z prawej strony rysunku 8, jeśli cykle są tylko takie, jak zwrotniki z rysunku 6, i wreszcie cykli oraz punktów stacjonarnych jest skończenie wiele, to układ dróg jest stabilny.

W.S.

przód tył

Rys. 12

Kącik eksperymentatora

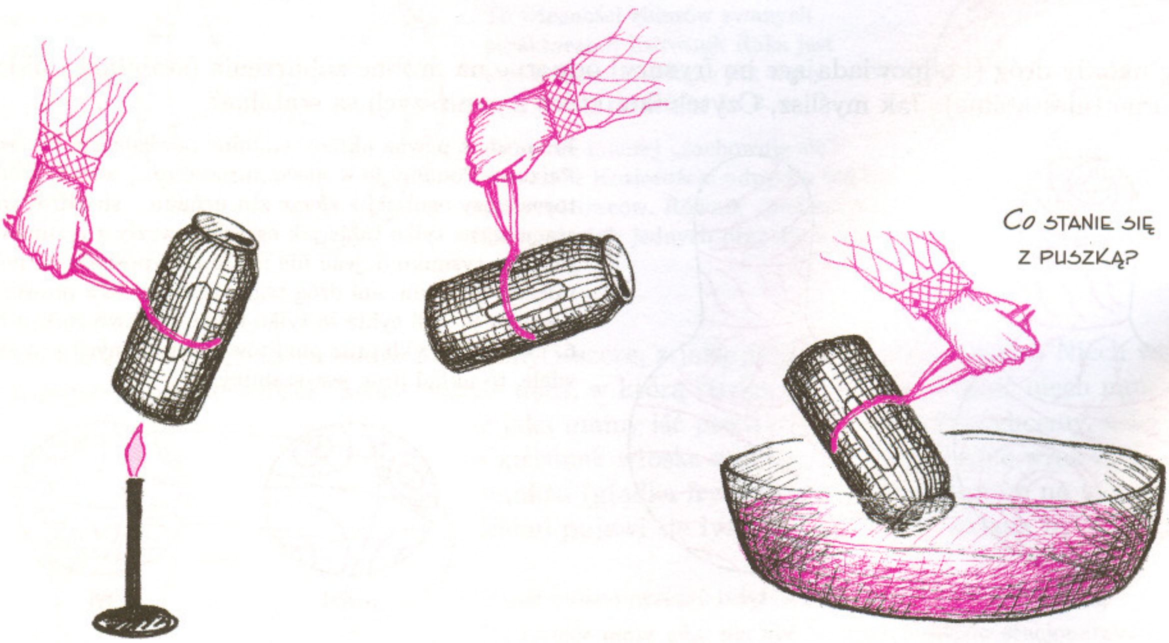
Fizyka opiera się na doświadczeniu. To znaczy na przeprowadzaniu doświadczeń. Weryfikacja najnowszych teorii może wymagać zarówno olbrzymich nakładów finansowych, jak i mnóstwa czasu i poświęcenia ze strony wielu ludzi. Najważniejszy jest jednak pomysł. Czasami (coraz rzadziej) sam dobry pomysł może wystarczyć. Z drugiej strony niektórych przewidywań, niestety, nigdy nie da się zweryfikować doświadczalnie. Przynajmniej nikt na razie nie ma dobrego pomysłu (ale: nigdy nie mów nigdy!).

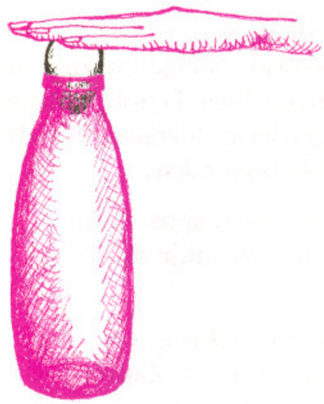
Na szczęście jest mnóstwo rzeczy, które można, a nawet należałoby własnoręcznie sprawdzić. To może być nie tylko kształcące, ale i całkiem zabawne. Kompletowanie własnego „laboratorium" najlepiej rozpocząć od... tego, co jest w zasięgu ręki.

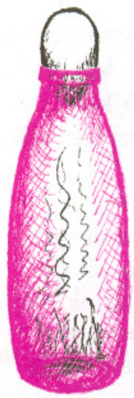
Jest coś, czego wszędzie (na Ziemi) jest pod dostatkiem. Nie zawsze odpowiada nam tego jakość, zdecydowanie lepsza nad morzem, w lesie czy na szczytach gór, ale nawet w zatłoczonych miastach będzie ona wystarczająca do przeprowadzenia dzisiejszych doświadczeń.

Chyba już domyśliliście się, że chodzi po prostu o powietrze. Często zapominamy o jego obecności. Nie doceniamy niezwykłego składu, który pozwala nam oddychać. Dzisiaj jednak nie będziemy się zajmować składem powietrza, tylko... no właśnie – przystąpmy wreszcie do dzieła!

Najpierw przeprowadzimy całkiem efektowny, ale trochę niebezpieczny eksperyment – można się poparzyć, więc zróbcie go pod opieką kogoś dorosłego. Oprócz powietrza potrzebna będzie puszka po „innym napoju", obcęgi (lub jakiś chwytak) najlepiej o długiej rączce, miska z wodą i palnik gazowy (może być kuchenka gazowa). Do puszki nalewamy trochę wody (1/10 objętości), chwytamy ją obcęgami i zaczynamy podgrzewać. Po chwili woda zagotuje się. Czekamy, aż z otworka będzie leciała „para" jak z czajnika i wtedy... szybkim ruchem zanurzamy puszkę – otworkiem do dołu – w wodzie. Czy wiecie, co się







stanie? Jeżeli nie wiecie, to zróbcie to doświadczenie. Jeżeli wiecie, to tym bardziej zróbcie, (żeby sprawdzić, czy macie rację).

Puszka uległa zgnieceniu! Dlaczego tak się stało? W trakcie podgrzewania woda w puszce zagotowała się i para wodna wypełniła puszkę całkowicie, wypierając z niej powietrze. Po zanurzeniu w wodzie nastąpiło gwałtowne ochłodzenie. Para wodna skropliła się, drastycznie zmniejszając ciśnienie wewnątrz puszki. Zanim woda zdołała się wedrzeć, puszkę zgniotło powietrze będące pod ciśnieniem atmosferycznym.

Inną wersją tego pokazu, może nawet lepiej nadającą się do zaprezentowania znajomym, jest wsadzanie jajka do butelki o trochę za małym otworze. Kiedyś najlepiej było użyć butelki po mleku. Teraz łatwiej o butelki po sokach. Najpierw należy ugotować sobie kilka jajek na twardo. Bierzemy ładnie obrane jajko i pytamy audytorium, czy uda się je w całości wcisnąć do butelki. Szybko okaże się, że jajko nie chce do niej wejść. Wtedy bierzemy kawałek gazety o długości około 10 cm i szerokości 5 cm, składamy go na pół i podpalamy. (Wcześniej trzeba się upewnić, że w miejscu pokazu nie ma żadnych łatwopalnych przedmiotów jak serweta, firanka, reszta gazety, dywan, długie, rozpuszczone włosy itp.). Palący się zwitek gazety wrzucamy do butelki. Gdy zacznie gasnąć, zatykamy otwór jajkiem, które prawie natychmiast zostanie do butelki wciągnięte z odgłosem podobnym do wystrzału szampana.

Wyjaśnienie jest, oczywiście, bardzo podobne do poprzedniego. Ogień w butelce podgrzewa powietrze do wysokiej temperatury, w wyniku czego część powietrza z butelki ucieka. Po zgaśnięciu gazety powietrze szybko stygnie, bo ścianki butelki nie zdążyły się rozgrzać. Ciśnienie wewnątrz butelki spada, a „za nim” wpada jajko.

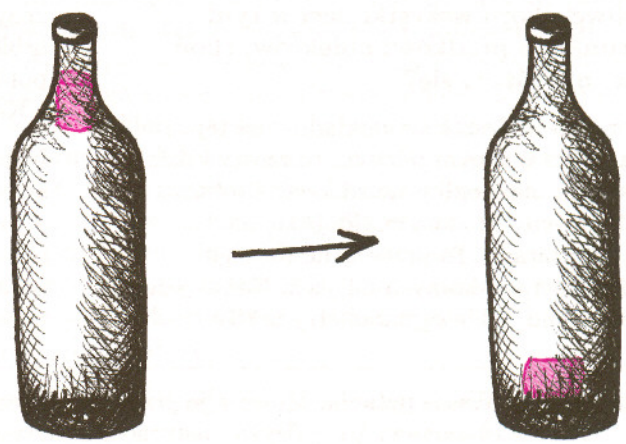
Spróbujmy podsumować nasze doświadczenia. Po pierwsze, żyjemy w powietrzu pod dość znacznym ciśnieniem. Po drugie, żeby coś włożyć, to najpierw trzeba coś wyjąć. W opisanych doświadczeniach do wyjmowania używaliśmy rozszerzalności cieplnej.

Czy jest również na odwrót? Żeby wyjąć, trzeba coś włożyć? W rozstrzygnięciu powinno Wam pomóc znalezienie (doświadczalnej) odpowiedzi na jedno z poniższych pytań (które?).

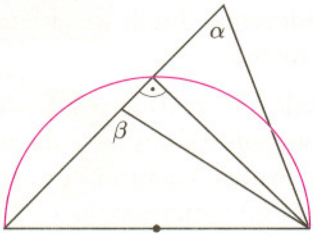
1. W jaki sposób jak najszybciej wylać wodę z butelki?
2. W jaki sposób „wdmuchnąć” korek do butelki (patrz rysunek), czyli używając tylko powietrza, którym oddychamy, spowodować, żeby korek znalazł się w środku?

P.Z.

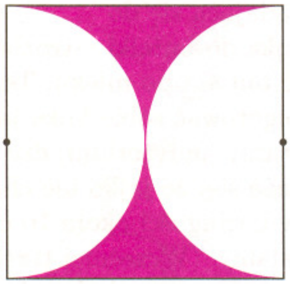
?



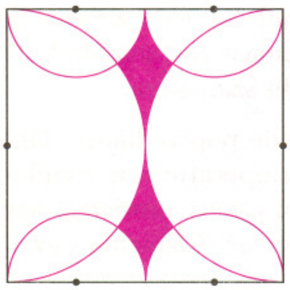
Same ostre



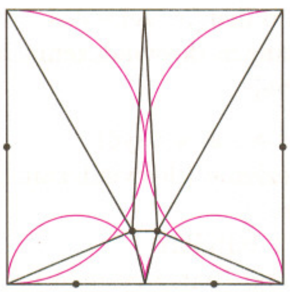
Rys. 1. Kąt α jest ostry, a kąt β rozwarty.



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

Każdy, kto spróbował pociąć kwadrat na trójkąty, wie, że jest to niesłychanie łatwe. Wielu z tych, którzy próbowali pociąć kwadrat na trójkąty OSTROKĄTNE, sądzi, że jest to niemożliwe. Byłoby ciekawe, gdybyście sprawdzili, czy potraficie takiego pocięcia dokonać. Wtedy zupełnie inaczej będzie się czytało dalszą część tego tekstu.

Kluczem do sprawy jest znalezienie jakiegoś dobrego sposobu na sprawdzanie, czy jakiś kąt jest ostry, czy też nie. Wydaje się to absurdalne, a jednak....

Kąt w trójkącie jest ostry, gdy koło, dla którego średnicą jest przeciwległy bok, nie sięga do jego wierzchołka (rys. 1). Zanim uzasadnimy ten pogląd, zobaczmy, że z jego znajomości może wyniknąć sposób pocięcia kwadratu na trójkąty ostrokątne.

Jest to tak. Z każdego wierzchołka kwadratu musi wychodzić przynajmniej jeden bok trójkąta, nie licząc leżących na bokach kwadratu. Gdyby więc dwa przeciwległe boki kwadratu miały być bokami trójkątów, to wówczas trzecie ich wierzchołki musiałyby znajdować się w zaznaczonym polu (rys. 2).

Kombinujemy z tymi czterema liniami wychodzącymi z wierzchołków kwadratu i nie wychodzi nam nic z tego. Pewnie musi być więcej linii.

Jeśli na bokach kwadratu są dodatkowe wierzchołki trójkątów, to z każdego z nich muszą wychodzić co najmniej dwa boki trójkątów (znów nie licząc tych, które leżą na bokach kwadratu). Gdyby np. były to środki niezajętych dotąd boków, to pole, w którym mogłyby być nowe wierzchołki, ograniczyłoby się do pokazanego na rysunku 3.

Tylko, że teraz każdy potrafi już wskazać żądany podział kwadratu na 8 trójkątów ostrokątnych (rys. 4).

Nie każdy natomiast potrafi udowodnić, że podziału kwadratu na mniejszą liczbę trójkątów ostrokątnych nie ma. Gdyby się to komuś udało zrobić w zręczny sposób, chętnie wydrukujemy ten dowód.

A uzasadnienie podanego na początku sposobu badania ostrości kąta? Właściwie nie ma w tym nic trudnego. Trzeba wiedzieć, że kąt wpisany, oparty ma średnicy, jest prosty, oraz że kąt zewnętrzny trójkąta jest większy od każdego z kątów wewnętrznych, do niego nieprzyległych.

M.K.

Czy satelita będący na orbicie, po której porusza się złom, może się z nim zderzyć? Jak jest to możliwe, skoro wszystko leci w tym samym kierunku, a prędkości obiektów, choć bardzo duże, nie różnią się?

Gdyby złom został umieszczony dokładnie na tej samej orbicie, tylko w innym miejscu, to rzeczywiście satelita ze złomem nie mógłby się zderzyć. Problem polega jednak na tym, że złom znajduje się na przypadkowych orbitach. To przeważnie różnego rodzaju pozostałości po dawnych misjach. Nawet jeżeli kiedyś było wiadomo, jakie są parametry orbity danego obiektu, to jeżeli nie obserwuje się go od dłuższego czasu, to nie wiadomo, gdzie on się znajduje. Żeby satelita znajdował się na określonej orbicie, trzeba co pewien czas korygować jego położenie. Chociażby z powodu oddziaływania z Księżycem i Słońcem.

Najważniejsze jest to, że te przypadkowe orbity nie są kołowe. Orbity satelitów też nie muszą być kołowe – jedynym wyjątkiem są satelity geostacjonarne – ta orbita (jest tylko jedna) jest kołowa. Orbity o różnych parametrach mogą się przecinać i w miejscu przecięcia może dojść do kolizji.

P.Z.

Czekamy na Wasze pytania. Możecie je przysyłać do redakcji *Delty* listownie lub elektronicznie:
`fizycki@eduseek.pl` – fizyka i astronomia, oraz `mateks@eduseek.pl` – matematyka.