Przekonajmy się o tym. Niech więc $(A_1, B_1, C_1), \ldots, (A_{\lfloor 3k/2\rfloor}, B_{\lfloor 3k/2\rfloor}, C_{\lfloor 3k/2\rfloor})$ będą dowolnymi drużynami w turnieju T'. Zbiory

$$\{A_1, A_2, \ldots, A_k\},$$
$$\{B_{\lfloor k/2\rfloor+1}, B_{\lfloor k/2\rfloor+2}, \ldots, B_{\lfloor 3k/2\rfloor}\},$$
$$\{C_1, C_2, \ldots, C_{\lfloor k/2\rfloor}, C_{k+1}, C_{k+2}, \ldots, C_{\lfloor 3k/2\rfloor}\}$$

składają się z co najwyżej k graczy każdy. Istnieją więc gracze A', B', C', wygrywający ze wszystkimi graczami z odpowiednich zbiorów. Jak łatwo sprawdzić, zespół (A', B', C') wygrywa mecz z każdą z wyjściowych drużyn, bo uzyskuje zawsze co najmniej dwa zwycięstwa indywidualne. I to już koniec dowodu poprawności naszej konstrukcji. Twierdzenie Erdősa zostało wykazane.

Należy tu wspomnieć o liczbie graczy, która jest niezbędna dla uzyskania własności W_k. Okazuje się, że niekonstruktywny dowód Erdősa jest najoszczędniejszy, dowód przedstawiony w tym artykule jest najrozrzutniejszy, zaś konstrukcja Grahama i Spencera lokuje się pośrodku.

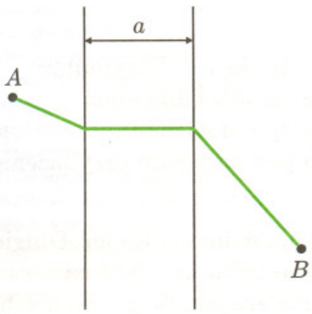
Ale, ale: dlaczego podium ma zawsze trzy miejsca? To całkiem proste: najmniejszy turniej, który ma własność W_2, liczy tylko 7 graczy (wiedział to już Schütte), czyli przy dwumiejscowym podium w wielu ligach mogłyby się zdarzać fatalne sytuacje, że pogromca wszystkich medalistów sam medalu nie ma. Tymczasem, jak wykazali Esther i George Szekeres, każdy turniej o własności W_3 liczyć musi co najmniej 19 graczy (i tylu ich wystarcza). Teraz wszystko jest jasne: oto dlaczego na podium są zawsze trzy miejsca, a ligi we wszelkich dyscyplinach liczą na ogół nie więcej niż 18 zespołów!

Osobom zainteresowanym innymi niekonstruktywnymi dowodami istnienia skończonych obiektów można polecić książkę Zbigniewa Palki i Andrzeja Rucińskiego *Niekonstruktywne metody matematyki dyskretnej*, WNT 1996.

Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

Pamiętacie zapewne zadanie pod tytułem „Jedzie Arab na wielbłądzie przez pustynię, chce dotrzeć na imprezę do najbliższej oazy, ale przedtem chce jeszcze umyć zęby w rzece. Jaką drogę ma obrać, żeby było najkrócej?". Typowe zadanko do zabłyśnięcia na szkolnym party. W tym miesiącu więcej materiału do zaimponowania ładnym koleżankom z klasy!



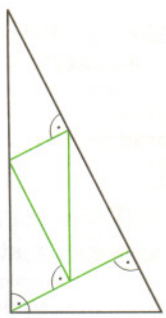
M 946. Na płaszczyźnie dane są dwa miasta A i B, które leżą po różnych stronach rzeki o szerokości a (linie brzegowe są prostymi równoległymi). Gdzie trzeba wybudować most (prostopadły do linii brzegowych), aby droga od A do B przez ten most była najkrótsza (rysunek obok)?
Rozwiązanie na str. 13

M 947. Wykazać, że dowolny czworokąt wpisany w kwadrat $PQRS$ o boku 1 (po jednym wierzchołku na każdym boku) ma obwód nie mniejszy niż $2\sqrt{2}$.
Rozwiązanie na str. 7

M 948. Wewnątrz trójkąta ABC dane są dwa różne punkty M i N. Znaleźć najkrótszą drogę od M do N, która ma wspólne punkty kolejno z bokami AB, BC i AC.
Rozwiązanie na str. 16

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 543. Promień r_0 koła lokomotywy jest równy 1 m w temperaturze $t_0 = 0°\mathrm{C}$. Wyznaczyć różnicę w liczbie obrotów koła latem w temperaturze $t_1 = 25°\mathrm{C}$ i zimą w temperaturze $t_2 = -25°\mathrm{C}$ na drodze $l = 1000$ km (współczynnik rozszerzalności cieplnej $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}/\mathrm{K}$).
Rozwiązanie na str. 13



Rysunek 1.
(Rozwiązanie zadania 1 ze str. 7)

F 544. O ile opóźni się na dobę zegar ścienny, który został wyregulowany w temperaturze $t_1 = 15°\mathrm{C}$, jeśli umieścić go w pokoju o temperaturze $t_2 = 30°\mathrm{C}$. Wahadło zegara ma długość $l = 0{,}5$ m (w temperaturze t_0) i wykonane jest z mosiądzu ($\alpha = 2 \cdot 10^{-5}/\mathrm{K}$).
Rozwiązanie na str. 13