Zadanie **294.** [Minimalna prędkość koła zamachowego połączonego przegubowo z ciałem poruszającym się wzdłuż prostej] ($WT = 1{,}75$, $LPR = 3$). Pan T. Wietecha rozwiązał *analitycznie* równanie trzeciego stopnia wynikające z warunku minimalnej prędkości koła – trudno jednak powiedzieć, że dzięki zastosowaniu wzorów Cardano rozwiązanie stało się bardziej przejrzyste. Czy w jakimkolwiek problemie fizycznym wzory te spełniają kryterium praktycznej użyteczności? Pozostałe bezbłędne rozwiązania – A. Idzik i M. Wójcicki.

Czerwone na niebieskie

Ewa CZUCHRY

W dielektrykach indukcja elektryczna $\mathbf{D}$ dana jest wzorem

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P},$$

gdzie $\mathbf{P}$ oznacza wektor polaryzacji elektrycznej, a $\mathbf{E}$ natężenie zewnętrznego pola elektrycznego, ε_0 jest przenikalnością elektryczną próżni. Polaryzacja wiąże się ze spowodowaną przez pole elektryczne polaryzacją cząsteczek, tzn. kierunkiem ich ustawienia w stosunku do linii pola. Zależność wielkości polaryzacji, opisującej, jak duża część cząsteczek zmienia kierunek ustawienia pod wpływem pola elektrycznego, od wielkości tego pola, jest opisywana ogólnie jakąś funkcją $\mathbf{f}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{f}(\mathbf{E}).$$

Dla uproszczenia załóżmy, że kierunek rozchodzenia się fali oraz kierunek wektora pola elektrycznego są ustalone. Pozwala to nam zapisać zależność polaryzacji P od natężenia pola E w postaci

$$P = aE + bE^2 + cE^3 + \dots ,$$

gdzie a, b, c, ... to pewne kolejne współczynniki rozwinięcia. Dla małych natężeń pola elektrycznego ważny jest tylko pierwszy, liniowy składnik, zależny od współczynnika a. W niektórych rodzajach substancji można dla odpowiednio dużych natężeń zaobserwować wpływ drugiego i wyższych czynników. Jeden z ciekawszych (i obserwowanych) efektów daje współczynnik kwadratowy – czemu się właśnie chcemy przyjrzeć. Załóżmy więc, że mamy do czynienia z dielektrykiem kwadratowym, tzn. takim, w którym zachodzi związek $P = aE + bE^2$, umieszczonym w polu elektrycznym fali elektromagnetycznej o częstości ω

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

gdzie x jest jednowymiarową współrzędną, a k stałą propagacji, związaną z długością fal λ zależnością: $k = 2\pi\lambda$. Wewnątrz dielektryka wyindukuje się pole polaryzacji

$$P = aE_0 \cos(\omega t - kx) + bE_0^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Przekształcając $\cos^2(\omega t - kx)$ następująco

$$\cos^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2}(\cos(2\omega t - 2kx) + 1),$$

otrzymujemy, że

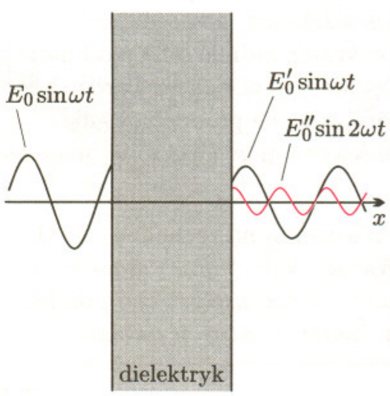
$$P = aE_0 \cos(\omega t - kx) + \frac{1}{2} bE_0^2 \cos(2\omega t - 2kx) + \frac{1}{2} bE_0^2.$$

Widzimy, że pole polaryzacji można rozłożyć na trzy składowe: podstawową o częstości ω, „drugą harmoniczną” o częstości 2ω i stałą. Najbardziej nas w tej chwili interesuje człon odpowiadający drugiej harmonicznej

$$P_{\mathrm{II}} = P_0^{\mathrm{II}} \cos(2\omega t - 2kx).$$

Jest to fala polaryzacji o częstości 2ω i długości $\frac{1}{2}\lambda$. Propagując się w ośrodku, fala ta indukuje falę elektromagnetyczną o tej samej częstości 2ω, ale (z powodu dyspersji równej zeru) innej stałej propagacji k'

$$\cos(2\omega t - k'x).$$



Druga harmoniczna została wytworzona po raz pierwszy w 1961 roku w krysztale kwarcu. Użyto wtedy lasera rubinowego o mocy 10 kW. W początkowej wiązce światła o długości fali $\lambda_1 = 694{,}3$ nm (barwa czerwona) otrzymano małą domieszkę drugiej harmonicznej o długości fali $\lambda_2 = 347{,}2$ nm (nadfiolet). W tym pierwszym eksperymencie wydajność wynosiła 10^{-8}, obecnie uzyskuje się wielkości rzędu 0,2, a doświadczenie jest wykonywane powszechnie w wielu laboratoriach. Lasery czerwone są z wielu powodów dużo praktyczniejsze od niebieskich, metoda powyższa pozwala więc z dobrą wydajnością uzyskiwać w laboratorium światło niebieskie, potrzebne w innych doświadczeniach.