$\Gamma \lim\limits_{n\to\infty}$atias

Oto ciąg dalszy 37 własności liczby 37:

15. Liczby postaci $2^p - 1$, gdzie p jest liczbą pierwszą, nie zawsze są pierwsze (takie liczby, o ile są pierwsze, nazywamy liczbami pierwszymi Mersenne'a). Jeśli jednak przy ustalonej liczbie pierwszej p przejrzymy liczby postaci $\frac{n^p-1}{n-1}$, gdzie $2 \le n \le p$, to szanse na znalezienie przynajmniej jednej liczby pierwszej są znakomite. Prawie na pewno nam się to uda przy $p < 100$. Jedynie dla $p = \mathbf{37}$ wszystkie liczby powyższej postaci są złożone. Najmniejsze n, dające według wzoru $\frac{n^{\mathbf{37}}-1}{n-1}$ liczbę pierwszą, jest równe 61.

16. Liczby pierwsze p, dla których liczba $2p+1$ też jest pierwsza, nazywamy liczbami pierwszymi Zofii Germain. Oto pełna lista liczb pierwszych Zofii Germain mniejszych od 1000: 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, 233, 239, 251, 281, 293, 359, 419, 431, 443, 491, 509, 593, 641, 653, 659, 683, 719, 743, 761, 809, 911, 953.

Nietrudno policzyć, że powyższa lista zawiera **37** pozycji.

17. Istnieje **37** czwórek nieparzystych liczb pierwszych różniących się ostatnią cyfrą i mniejszych od 100 000. Oto pełna lista tych liczb z usuniętą ostatnią cyfrą (ostatnia cyfra w poszczególnych liczbach każdej czwórki jest równa 1, 3, 7 i 9): 1, 10, 19, 82, 148, 187, 208, 325, 346, 565, 943, 1300, 1564, 1573, 1606, 1804, 1891, 1942, 2101, 2227, 2530, 3172, 3484, 4378, 5134, 5533, 6298, 6721, 6949, 7222, 7726, 7969, 8104, 8272, 8881, 9784, 9913.

18. Najmniejszą liczbą pierwszą, której pierwiastek kwadratowy ma na pierwszym miejscu po przecinku zero, jest **37**. Mamy $\sqrt{\mathbf{37}} = 6{,}08276253\ldots$

19. Wylosowano liczbę dwucyfrową, a następnie podniesiono ją do szóstej potęgi. Odgadnąć sumę cyfr tak otrzymanej liczby.

Rozwiązanie: No cóż, musimy zgadywać. Najlepiej powiedzieć **37**, gdyż spośród 90 liczb dwucyfrowych aż 19 (ponad 20%) prowadzi do tego wyniku. Na drugim miejscu jest liczba 46, która pojawia się w 14 przypadkach.

20. Podobnie, sześciany liczb pierwszych mniejszych od 2000 mają najczęściej sumę cyfr **37** (w 53 przypadkach na 303). Drugie miejsce zajmuje liczba 35 z 45 wystąpieniami.

21. Cóżby miało znaczyć, że liczba pierwsza jest nietuzinkowa? Pewnie tyle, że nie jest ona dwunastą liczbą pierwszą. W takim razie **37** jest tuzinkową liczbą pierwszą.

22. Jeśli więc p_n oznacza n-tą liczbę pierwszą, to $p_{12} = \mathbf{37}$. Wzór ten jest odporny na zmianę kolejności cyfr, mamy bowiem $p_{21} = 73$.

23. Występujące powyżej liczby **37**, 12 i 73 związane są zależnością: $12\sqrt{\mathbf{37}} \approx 73$ (dokładniej: 72,993).

24. Nierówność $p_n > 3n$ zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy $p_n \ge \mathbf{37}$.

25. Jeżeli $p_n = \mathbf{37}$, to liczby $p_n - n$ i $p_n + n$ są kwadratami kolejnych liczb pierwszych p_3 i p_4. Zauważmy, że przy tym $p_{3\cdot 4} = \mathbf{37}$.

26. Kwadrat liczby pierwszej otrzymamy także dopisując do liczby **37** iloczyn jej cyfr: $\mathbf{37}21 = 61^2$.

27. **37**-mą liczbą nieparzystą jest 73.

28. Łatwo zapamiętać przybliżoną wartość pierwiastka sześciennego z **37**. Mamy bowiem $\sqrt[3]{\mathbf{37}} \approx 3{,}33$ (trochę dokładniej: 3,332222).

29. Liczba **37** jest różnicą kolejnych sześcianów: $\mathbf{37} = 4^3 - 3^3$.

30. Liczba **37** daje się zapisać za pomocą pięciu trójek $\mathbf{37} = \dfrac{333}{3\cdot 3} = 33 + 3 + \dfrac{3}{3}$.

31. Liczba **37** daje się też zapisać za pomocą sześciu jedynek $\mathbf{37} = \dfrac{111}{1+1+1} = ((1+1+1)!)^{1+1} + 1$.

32. Suma liczb naturalnych mniejszych od **37** jest równa $\binom{\mathbf{37}}{2} = 666$.

33. Równie ciekawą liczbę otrzymujemy, mnożąc **37** przez iloczyn jej cyfr: $\mathbf{37} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{7} = 777$.

34. Jak odwrócić **37** *modulo* 100 (tzn. znaleźć takie r, że $\mathbf{37}r \equiv 1 \pmod{100}$)? Wystarczy odwrócić kolejność cyfr, mamy bowiem $\mathbf{37} \cdot 73 \equiv 1 \pmod{100}$.

35. A jak odwrócić **37** *modulo* 1**37**? Wystarczy wykonać odejmowanie 1**37** − **37**, gdyż $\mathbf{37} \cdot 100 \equiv 1 \pmod{1\mathbf{37}}$.

36. Liczbę n-cyfrową zapisano trzy razy z rzędu, otrzymując liczbę $3n$-cyfrową. Czy tak otrzymana liczba musi dzielić się przez n^2 ? Jeżeli $n = \mathbf{37}$, to tak. Nie sądzę, aby istniała inna liczba większa od 1 o tej własności.

37. Czy wielokąt może mieć wszystkie kąty wewnętrzne większe niż 170° ? Tak, ale musi to być co najmniej **37**-kąt.

JWR

Korespondencję do Γ-limatiasu prosimy kierować pod adresem:
Jarosław Wróblewski, Instytut Matematyki Uniwersytetu Wrocławskiego, Plac Grunwaldzki 2/4, 50-384 WROCŁAW; e-mail: jwr@math.uni.wroc.pl