Kałamarnica Schrödingera

Kałamarnice (kalmary, *Teuthoidea*) to podrząd dziesięciornic (*Decabrachia, Decapoda*) z gromady głowonogów (*Cephalopoda*). Należy do nich największy bezkręgowiec (*Architheuthis dex*) o długości 30 metrów.

Kalmar to po angielsku squid, a SQUID to akronim utworzony z pierwszych liter określenia Superconducting QUantum Interference Device. „Choć nie mruczy, to ten mały nadprzewodzący pierścień najbardziej przypomina jednocześnie żywego i martwego kota Schrödingera" [1]. Na Marcowym Spotkaniu American Physical Society dwie grupy fizyków ogłosiły, że w odpowiednich warunkach prąd może płynąć w SQUIDzie w obie strony naraz. Ponieważ prąd ten jest związany z ruchem milionów elektronów, to jest to najbardziej makroskopowy obiekt, jaki udało się zaobserwować w dwóch stanach kwantowych jednocześnie.

Całkowity strumień pola magnetycznego przechodzącego przez nienadprzewodzący środek nadprzewodzącego pierścienia SQUIDu jest skwantowany, tzn. równy wielokrotności fundamentalnego kwantu strumienia. Jeżeli zewnętrzne pole wzrośnie do ułamka tej fundamentalnej wartości, to w pierścieniu wzbudza się prąd kompensujący nadmiar lub niedobór pola. Prąd może zostać wzbudzony albo w jedną stronę – tak aby strumień wzrósł do jednego kwantu, albo w drugą – tak aby całkowity strumień był zerowy. Zastanawiające piękno mechaniki kwantowej polega na tym, że w takim przypadku prąd może zostać wzbudzony naraz w obydwie strony.

Spróbujcie to sobie wyobrazić. Bez zapisania postaci funkcji falowej za pomocą liczb zespolonych nie jest to łatwe. (Chyba że szukać analogii w zachowaniach polityków.) Jest to nie tylko trudne do wyobrażenia, ale równie trudne do sprawdzenia. Każdy przyzwoity i zlokalizowany układ kwantowy ma dyskretne poziomy energetyczne. Jeżeli strumień zewnętrznego pola magnetycznego jest różny od połowy fundamentalnego kwantu, to przerwy pomiędzy kolejnymi poziomami energetycznymi dla prądu płynącego w jedną i drugą stronę są trochę różne. Schizofreniczna kałamarnica może absorbować obie częstości odpowiadające przejściom pomiędzy kolejnymi poziomami, a kalmar zasadniczy (o zdecydowanych poglądach) tylko jedną z nich. Właśnie absorpcję obu częstości udało się zaobserwować, co dowodzi, że rzeczywiście prąd w SQUIDzie może płynąć w obie strony jednocześnie.

Kwantowe kalmary mogą znaleźć szereg zastosowań przy badaniu podstaw mechaniki kwantowej i budowaniu prototypów komputerów kwantowych. W tej samej dziedzinie poszukuje się sposobów na splatanie funkcji falowych. Chodzi o to, że funkcja falowa, opisująca stan kilku obiektów, może nie być rozkładalna na iloczyn funkcji falowych poszczególnych elementów. Przykładem mogłaby być para jonów, które jednocześnie znajdują się albo oba w stanie podstawowym, albo oba w stanie wzbudzonym. Mierząc stan jednego z nich, dowiadujemy się o stanie drugiego. Kontrolowane przygotowywanie takich splecionych stanów wielu elementów będzie jedną z podstaw, na których oparte będą komputery kwantowe (o ile powstaną).

Grupa naukowców [2] wykorzystała pomysł [3] i zademonstrowała splatanie aż czterech jonów $^9Be^+$ na żądanie – za pomocą jednej serii pulsów laserowych. Splatanie możliwe jest dzięki temu, że początkowo znajdujące się w podstawowym stanie jony przeprowadzane są parami do stanu wzbudzonego w taki sposób, aby ich prawdopodobieństwo przejścia było bliskie 1/2, a prawdopodobieństwo wzbudzenia tylko jednego jonu z pary było jak najmniejsze. Niestety, splatanie, choć statystycznie istotne, na razie nie okazało się bardzo skuteczne. Nie traćmy jednak nadziei. W końcu nie święci wyplatają koszyki.

Piotr ZALEWSKI

[1] A. Cho, *Physicists unveil Schrödingers SQUID*, Science **287**(31.3.2000)2395,

[2] C.A. Sackett i inni, *Experimental entanglement of four particles*, Nature **404**(16.3.2000)256,

[3] K. Mølmer i A. Sørensen, *Multiparticle entaglement of hot trapped ions*, Phys. Rev. Lett. **82**(1999)1835.

Rozwiązanie zadania M 931.

Niech O będzie środkiem n-kąta, $A_1, \ldots, A_n$ – jego wierzchołkami, $R = |OA_i|$, $\angle(l, \overline{OA_1}) = \alpha$, $\phi = \dfrac{2\pi}{n}$. Mamy wtedy

$S = R^2[\sin^2\alpha + \sin^2(\alpha+\phi) + \sin^2(\alpha+2\phi) + \ldots + \sin^2(\alpha+(n-1)\phi)]$.

Stosując wzór $\sin^2\beta = \frac{1}{2}(1-\cos 2\beta)$ przekształcimy powyższą sumę do postaci $S = \frac{1}{2}R^2(n-T)$, gdzie

$T = \cos 2\alpha + \cos(2\alpha+2\phi) + \cos(2\alpha+4\phi) + \ldots + \cos(2\alpha+(2n-2)\phi)$.

Ze wzoru Eulera wynika, że

$$T = \mathrm{Re}\,[e^{i\cdot 2\alpha} + e^{i(2\alpha+2\phi)} + e^{i(2\alpha+4\alpha)} + \ldots + e^{i(2\alpha+(2n-2)\phi)}].$$

Ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego mamy

$$T = \mathrm{Re}\,[e^{i\cdot 2\alpha}\frac{1-e^{i2n\phi}}{1-e^{i2\phi}}].$$

Ponieważ $2n\phi = 4\pi$, a $e^{i\cdot 4\pi} = 1$, więc $T = 0$. Mamy więc $S = \frac{1}{2}R^2 n$, co nie zależy od α.

Rozwiązanie zadania M 933.

Niech $A_1A_2A_3$ i $B_1B_2B_3$ będą danymi trójkątami równobocznymi, C_1, C_2, C_3 – środkami odcinków A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 odpowiednio, a_i, b_i, c_i – liczbami zespolonymi reprezentującymi punkty A_i, B_i, C_i. To, że trójkąt $A_1A_2A_3$ jest równoboczny, jest równoważne równości $a_3 - a_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}(a_2 - a_1)$ ($\overrightarrow{A_1A_3}$ powstaje z $\overrightarrow{A_1A_2}$ przez obrót o $\dfrac{\pi}{3}$ w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara). Analogicznie

$$b_3 - b_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}(b_2 - b_1).$$

Ponieważ C_i jest środkiem odcinka A_iB_i, więc $c_i = \frac{1}{2}(a_i + b_i)$. Z powyższych równości wyprowadzamy

$$c_3 - c_1 = \frac{1}{2}(a_3+b_3) - \frac{1}{2}(a_1+b_1) = \frac{1}{2}(a_3-a_1) + \frac{1}{2}(b_3-b_1) =$$
$$= \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}(a_2-a_1) + \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}(b_2-b_1) = e^{i\frac{\pi}{3}}(c_2-c_1),$$

czyli $c_3 - c_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}(c_2 - c_1)$, co oznacza, że trójkąt $C_1C_2C_3$ jest równoboczny (lub $C_1 = C_2 = C_3$).