Apologia

W zupełnie nieoczekiwany sposób dołączyłem do znanego z Γ-limatiasu oszusta. Otóż w moim artykule z numeru 2/2000 przekonywałem, że za pomocą indeksu można rozróżniać ujście wody od jej źródła. Tymczasem indeks krzywej reaguje zarówno na ujście, jak i źródło w ten sam sposób: wektory prędkości obracają się w tę samą stronę. Okazuje się zatem, że aby widzieć to, czego nie widać, trzeba najpierw widzieć to, co widać, a w szczególności odróżniać stronę lewą od prawej...

W.S.

Zwróćmy uwagę, że powyższy sposób pozwala na otrzymanie innych ciekawych tożsamości. Obliczmy, na przykład, współczynnik wielomianu (4) stojący przy t^2. Wynosi on, jak łatwo zauważyć,

$$-\binom{2n}{1}(n-1)-\binom{2n}{3}=-\frac{4}{3}n(n-1)(n+1)$$

i stąd mamy następny, związany z tym współczynnikiem, wzór Viéte'a

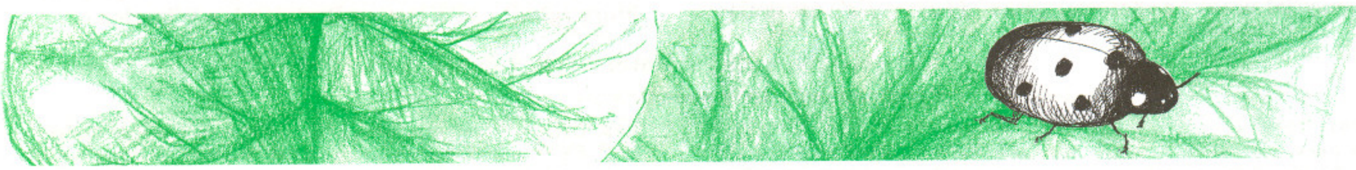
$$(6)\quad \sum_{k=1}^{n-1}\sin^2\frac{\pi}{2n}\cdot\sin^2\frac{2\pi}{2n}\cdot\ldots\cdot\widehat{\sin^2\frac{k\pi}{2n}}\cdot\ldots\cdot\sin^2\frac{(n-1)\pi}{2n}=\frac{\frac{4}{3}n(n-1)(n+1)}{2^{2n-1}},$$

gdzie $\widehat{\quad}$ („daszek") oznacza, że dany czynnik nie występuje w iloczynie.

Dzieląc stronami (6) przez (5), otrzymujemy także

$$\frac{1}{\sin^2\frac{\pi}{2n}}+\frac{1}{\sin^2\frac{2\pi}{2n}}+\ldots+\frac{1}{\sin^2\frac{(n-1)\pi}{2n}}=\frac{\frac{4}{3}n(n-1)(n+1)}{2n}=\frac{2}{3}(n-1)(n+1).$$

Zachęcamy Czytelnika, żeby – po pierwsze – spróbował wypisać pozostałe wzory Viéte'a, a – po drugie – zastanowił się głębiej nad opisaną metodą. Może powstanie z tego ciekawa praca, która weźmie udział w Konkursie Prac Uczniowskich *Delty*?



Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 913. W turnieju bierze udział $(m-1)n+1$ zawodników ($m\geq 2$). Udowodnić, że co najmniej jedno z poniższych zdań jest prawdziwe:
a) Można wybrać m zawodników, spośród których żadni dwaj się nie znają.
b) Pewien zawodnik zna co najmniej n zawodników.
Rozwiązanie na str. 16

M 914. Na kongresie kombatantów okazało się, że każdy kombatant ma wśród zgromadzonych co najmniej jednego znajomego, ale żadni dwaj kombatanci, którzy mają równą liczbę znajomych wśród uczestników kongresu, wspólnego znajomego nie mają. Udowodnić, że na kongresie jest kombatant, który ma dokładnie jednego znajomego.
Rozwiązanie na str. 16

M 915. Każdy spośród 90 uczestników kursu posługiwania się maską przeciwgazową ma co najmniej 10 kolegów. Udowodnić, że każdy uczestnik kursu może zaprosić na bal maskowy trzech uczestników kursu tak, by wśród czterech zebranych każdy miał nie mniej niż dwóch kolegów.
Rozwiązanie na str. 3

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 521. Punktowe źródło światła umieszczone w odległości r od płaskiego ekranu daje na środku ekranu oświetlenie E. Jak zmieni się oświetlenie w tym punkcie, jeżeli po drugiej stronie źródła światła w odległości $r/2$ umieścić zwierciadło wklęsłe o promieniu r?
Rozwiązanie na str. 7

F 522. Wysoko nad płaszczyzną stołu znajduje się punktowe źródło światła o natężeniu 100 kandeli. Jakie będzie oświetlenie w punkcie znajdującym się pod źródłem, jeżeli na drodze promieni umieścimy poziomo soczewkę o zdolności skupiającej równej 1 dioptrii. Źródło znajduje się w ognisku soczewki.
Rozwiązanie na str. 4