Teoria względności

Leszek M. SOKOŁOWSKI

Gdy Einstein przyjechał w 1921 r. po raz pierwszy do Ameryki, już w nowojorskim porcie obskoczyli go dziennikarze z propozycją, by w dwu zdaniach wyłożył istotę teorii względności. Powiedział im: „Dotąd uważano, że gdyby wszystkie ciała materialne zniknęły z Wszechświata, to czas i przestrzeń pozostałyby. Natomiast według teorii względności, czas i przestrzeń zniknęłyby wraz z nimi". Einstein nie całkiem miał rację, bowiem zasada Macha, na której opierał swój pogląd, nie dała się dotąd uzgodnić z resztą fizyki, za to dobrze zobrazował radykalność przemiany wiedzy fizycznej o czasie i przestrzeni, będącej jego dziełem. Dokonał jej w dwu etapach. Pierwszy, psychologicznie trudniejszy, stanowiła szczególna teoria względności (STW).

Opis wszelkiego ruchu odwołuje się do czasu i przestrzeni. W fizyce, wbrew tradycji kulturowej, traktującej je jako byty odrębne i niezależne, tworzą one jeden obiekt fizyczny – czasoprzestrzeń. Wynika to z zasady względności Galileusza: *w przyrodzie istnieje nie jeden, lecz cała klasa wyróżnionych układów odniesienia, w których opis ruchu jest prosty*. Układy te, zwane inercjalnymi, poruszają się względem siebie, zatem przestrzeń jest sprzężona z czasem. W każdym z nich z osobna przestrzeń jest euklidesowa, a czas – czyli to, co mierzy dobry zegar – płynie równomiernie. Czasoprzestrzeń jest w sensie matematycznym pewną przestrzenią i jej geometrię można odtworzyć z transformacji między układami inercjalnymi. Przestrzeń euklidesową poznajemy po tym, że istnieją w niej kartezjańskie układy współrzędnych i każdy z nich przechodzi w inny obrotem i przesunięciem. Podobnie geometria czasoprzestrzeni wynika z dwu postulatów: zasady względności (istnieją układy inercjalne) i konkretnej postaci transformacji między układami inercjalnymi. Przed Einsteinem sądzono, że możliwy jest tylko jeden rodzaj transformacji, intuicyjnie oczywisty; Einstein stwierdził, że jest więcej możliwości i wyboru trzeba dokonać na podstawie eksperymentu. Gdy wziąć transformację Galileusza, to dostaje się czasoprzestrzeń Galileusza fizyki klasycznej. Czasoprzestrzeń STW dostaniemy, postulując transformację Lorentza. Transformacja ta pojawia się przy założeniu, że w przyrodzie istnieje stała uniwersalna o wymiarze prędkości; na istnienie takiej stałej wskazuje fizyka atomowa. Tradycyjnie stałą tę utożsamia się z prędkością c światła w próżni, ale światło nie jest tu jedyne, jest ona bowiem prędkością rozchodzenia się wszystkich oddziaływań fundamentalnych.

Transformacja Galileusza od układu S ze współrzędnymi $t, \vec{r}$, do układu $S'(t', \vec{r}\,')$ poruszającego się z prędkością $\vec{V}$ ma postać

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{V}t + \vec{\alpha}, \qquad t' = t,$$

gdzie $\vec{\alpha}$ to wektor przesunięcia początku układu S' w chwili $t = 0$.

Gdy układ $S'(t', x', y', z')$ porusza się z prędkością V po osi x układu $S(t, x, y, z)$, to transformacja Lorentza (bez przesunięcia) ma postać

$$x' = \gamma(x - Vt),$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right),$$

$$y' = y, \quad z' = z, \quad \gamma = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2},$$

gdzie c = 299 792,458 km/s to prędkość światła w próżni.

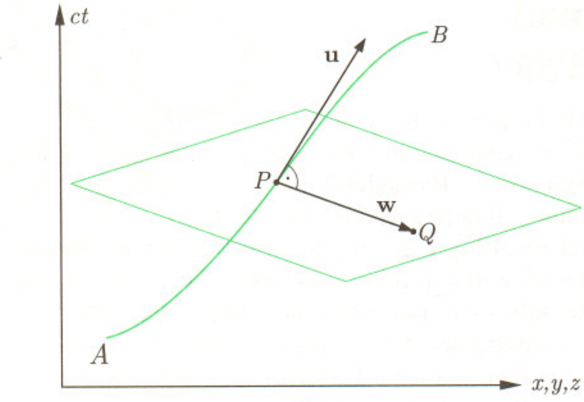
Przestrzeń, w której transformacja między wyróżnionymi układami współrzędnych jest transformacją Lorentza, została wprowadzona w 1908 r. przez Hermanna Minkowskiego i nosi jego imię; jej punkty nazywamy zdarzeniami. Podobnie jak przestrzeń Euklidesa jest ona przestrzenią metryczną: jest w niej określona odległość dowolnych dwu punktów. Jest jednak zasadnicza różnica – w przestrzeni Minkowskiego odległość może być zarówno dodatnią liczbą rzeczywistą, jak i liczbą czysto urojoną (dokładniej: dodatnią liczbą rzeczywistą pomnożoną przez urojoną jednostkę). W czasoprzestrzeni Galileusza tak nie jest – dla dwu zdarzeń „o godzinie 7.00 wsiadam do pociągu w Krakowie" i „o 9.35 wysiadam z pociągu w Warszawie" sens niezmienniczy ma tylko ich odległość czasowa, 9300 s, natomiast odległość przestrzenna zależy od układu odniesienia: w układzie związanym z Ziemią wynosi 292 km, a w układzie pociągu oba zdarzenia zachodzą w tym samym miejscu. W przestrzeni Minkowskiego odległość czasoprzestrzenna zdarzeń wynosi 2788140000 km, ich zaś odległości przestrzenne i czasowe zależą od układu odniesienia.

W przestrzeni Minkowskiego odległość s_{AB} zdarzenia A o współrzędnych (t_1, x_1, y_1, z_1) od zdarzenia $B(t_2, x_2, y_2, z_2)$ wynosi

$$s_{AB} = [c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2]^{1/2}.$$

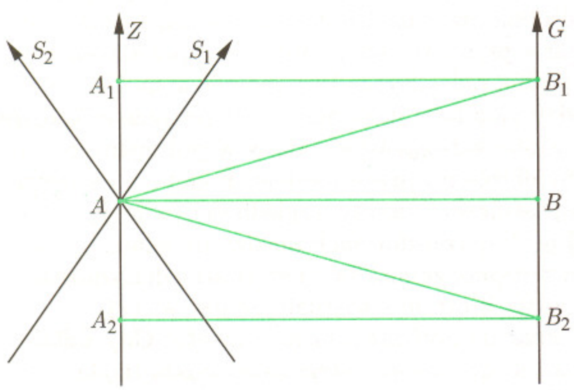
Tradycyjnie od czasów Einsteina wykład STW koncentruje się na konsekwencjach transformacji Lorentza: skróceniu długości, wydłużeniu czasu i innych sprzecznych z intuicją efektach. Nieodmiennie zadziwia to laików, a i fizyków wprawia nieraz w konfuzję. Historycznie było to uzasadnione, lecz teraz jest niecelowe. To tak, jakby w geometrii Euklidesa przywiązywać zbytnią wagę do tego, jak przy obrotach zmieniają się współrzędne wierzchołków trójkąta. Skoro niezliczone eksperymenty z fizyki cząstek elementarnych ustaliły bezspornie, że czasoprzestrzeń ma geometrię Minkowskiego, to trzeba od początku konsekwentnie posługiwać się tą geometrią. STW to fizycznie zinterpretowana geometria Minkowskiego. Każde pojęcie STW ma sens geometryczny i każde twierdzenie tej teorii jest twierdzeniem tej geometrii. To, co nie ma jasnej treści geometrycznej (np. „nie istnieją cząstki szybsze od światła"), nie wchodzi do korpusu STW. Kłopoty i nieporozumienia związane z STW biorą się stąd, że przenosimy relacje i konstrukcje z czasoprzestrzeni Galileusza do przestrzeni Minkowskiego. Trzeba rozumować geometrycznie i wszystkie procedury fizyczne przekładać na język tej geometrii. I tak historia cząstki punktowej, czyli zbiór wszystkich zdarzeń jej dotyczących, tworzy w czasoprzestrzeni krzywą, zwaną linią świata cząstki. Wektor styczny do tej linii (zwany 4-wektorem) jest wektorem 4-prędkości cząstki, niezależnym od układu odniesienia. W przestrzeni Minkowskiego, podobnie jak w euklidesowej, mamy iloczyn skalarny 4-wektorów, wyznaczony przez odległość zdarzeń. Einsteinowska definicja równoczesności za pomocą sygnałów świetlnych może wydać się arbitralna. Jest ona tylko jedną z kilku technicznych realizacji definicji geometrycznej: dla danego obserwatora równoczesne są te zdarzenia, które łączy z nim 4-wektor prostopadły do jego 4-prędkości (tzn. taki, że ich iloczyn skalarny w sensie Minkowskiego znika). Równoczesność musi być zrelatywizowana do obserwatora (tj. układu odniesienia), bo nie istnieje czas absolutny.

Fizyczny czas mierzony przez idealny zegar ma prosty sens geometryczny – jest to długość jego linii świata. Sławetny paradoks bliźniąt ma więc oczywiste rozwiązanie: dwie różne linie świata łączące dwa zadane zdarzenia mają na ogół różną długość. Ponieważ w przestrzeni Minkowskiego kwadrat odległości może być ujemny, ze wszystkich krzywych łączących dwa punkty linia prosta jest najdłuższa (u Euklidesa jest najkrótsza); wynika to z odwrócenia nierówności trójkąta.



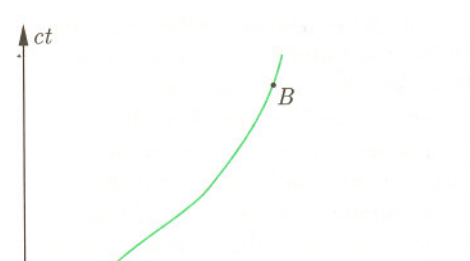
Rys. 1. AB – linia świata obserwatora poruszającego się ze zmienną prędkością, **u** – chwilowa 4-prędkość obserwatora w P. Równoczesne z P są wszystkie zdarzenia leżące na 3-płaszczyźnie przechodzącej przez P i prostopadłej do **u**, tzn. dla dowolnego punktu Q na niej 4-wektor **w** łączący Q z P jest ortogonalny do **u**,

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{w} = c^2 t_u t_v - x_u x_v - y_u y_v - z_u z_v = 0.$$



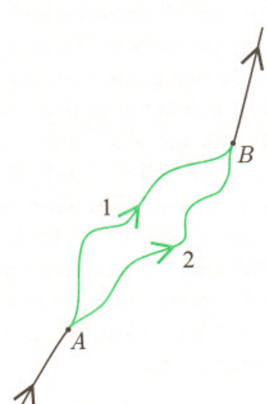
Rys. 2. Relacja równoczesności jest nieprzechodnia. Mamy linie świata:
- Z – środka Ziemi,
- G – galaktyki spoczywającej względem Ziemi,
- S_1 – obserwatora idącego na Ziemi w pewnym kierunku,
- S_2 – obserwatora idącego w przeciwnym kierunku,
- A i B – zdarzenia równoczesne w układzie odniesienia Z,
- A i B_1 – zdarzenia równoczesne w układzie S_1,
- B_1 i A_1 – zdarzenia równoczesne w układach G i Z,
- A i B_2 – zdarzenia równoczesne w układzie S_2,
- B_2 i A_2 – zdarzenia równoczesne w układach G i Z,

A_1 może być odległe od A_2 o tysiąc lat!



Rys. 3. Czas mierzony przez zegar między A i B zależy od jego linii świata i wynosi

$$\frac{1}{c}\int_A^B \mathrm{d}s = \frac{1}{c}\int_A^B \left[c^2(\mathrm{d}t)^2 - (\mathrm{d}x)^2 - (\mathrm{d}y)^2 - (\mathrm{d}z)^2\right]^{1/2}.$$



Rys. 4. Bliźnięta starzeją się niejednakowo, długości ich linii świata między A i B są różne,

$$s_1(A,B) \neq s_2(A,B).$$

Rys. 5. AB, BC, AC, – możliwe linie świata cząstek. Nierówność trójkąta u Euklidesa

$$AB + BC > AC.$$

Odwrócona nierówność trójkąta u Minkowskiego

$$AB + BC < AC.$$

Dla fotonu linia świata ma zawsze długość 0. Jeżeli AB i BC to linie świata fotonu, to $AB + BC = 0$. Zdarzenie C leżące w przyszłości A można zawsze połączyć z A linią łamaną o długości 0.

Einstein sformułował STW w 1905 r., trzy lata później Minkowski nadał jej ostateczną postać geometryczną. Jej naturalną dziedziną jest świat cząstek elementarnych, lecz stosuje się nie tylko tam, gdzie prędkości są relatywistyczne. W fizyce kwantowej STW sprawia, że istnieją antycząstki: pozytony, antyneutrina itd., a to jest efekt niezależny od prędkości.

Drugim etapem wielkiej przemiany była ogólna teoria względności (OTW, 1915 r.). Dotąd czasoprzestrzeń uważano za element absolutny przyrody – ustaloną i niezmienną scenę, na której rozgrywa się cała fizyka. Einstein uznał, że scena ta czynnie reaguje na to, co się na niej dzieje: czasoprzestrzeń oddziałuje z materią. Wszelka materia, zależnie od ruchu i własności (gęstość masy, pęd, ciśnienie), zakrzywia czasoprzestrzeń. W przestrzeni Euklidesa jest jedna płaszczyzna i nieskończenie wiele powierzchni zakrzywionych, podobnie jest jedna czasoprzestrzeń płaska (tj. Minkowskiego) i nieskończenie wiele zakrzywionych, odpowiadających rozmaitym formom i ruchom materii. Zależność jest wzajemna: ruch materii wpływa na krzywiznę, krzywizna wpływa na ruch. Relacja STW do OTW jest relacją płaszczyzny do powierzchni zakrzywionej; gładka powierzchnia ma w każdym punkcie płaszczyznę do niej styczną, która ją przybliża wokół punktu styczności. Krzywizna, a ściślej mówiąc odległość zdarzeń w czasoprzestrzeni, jest pewnym polem fizycznym, którego źródłem jest każda materia, tak jak ładunki elektryczne są źródłem pola elektromagnetycznego. Nie jest to nowe, dotąd nieznane, pole fizyczne. Einstein wykazał, że należy je utożsamić z najbardziej uniwersalnym oddziaływaniem – grawitacją. W OTW nastąpiła całkowita geometryzacja grawitacji.

Rys. 6. Pozioma sprężysta membrana jest w polu ciążenia Ziemi. Toczą się po niej różne kule. Im cięższa kula, tym silniej odkształca membranę. Lekka cząstka nie zakrzywia membrany, stacza się do dołka wytworzonego przez cięższą kulę. Wygląda to, jakby kula przyciągała cząstkę. Krzywizna membrany przejawia się jak przyciąganie ciał na niej.

OTW jest teorią niezmiernie bogatą i jesteśmy daleko od wyczerpania jej możliwości. Trzy klasy czasoprzestrzeni, czyli pól grawitacyjnych, są szczególnie interesujące: modele kosmologiczne (czasoprzestrzenie modelujące geometrię całego Wszechświata), czarne dziury i fale grawitacyjne. Dzięki OTW kosmologia stała się nauką fizyczną. Czarne dziury to osobliwe czasoprzestrzenie powstające w wyniku zapaści grawitacyjnej wypalonych gwiazd; tutaj czas i przestrzeń najjaskrawiej odbiegają od potocznych o nich wyobrażeń. Fale grawitacyjne mają wiele cech wspólnych z falami elektromagnetycznymi, ale i różnią się od nich w wielu aspektach; geometrycznie są one drganiami krzywizny, podobnymi do wibracji membrany bębna. Niestety, bardzo słabo oddziałują one z materią, toteż mimo że przestrzeń wokół nas jest ich pełna, żaden organizm żywy nie ma receptorów fal grawitacyjnych. Od dziesięciu lat wiemy pośrednio o promieniowaniu grawitacyjnym z pulsara podwójnego. Bezpośrednio „zobaczymy" je za dobrych kilka lat.

OTW jest teorią niekwantową. Materia jest kwantowa, więc jej pole grawitacyjne musi mieć cechy kwantowe. Kwantowa grawitacja to kwantowa geometria. Wiele wskazuje na to, że stworzenie kwantowej teorii czasoprzestrzeni jest najtrudniejszym zadaniem w całej historii nauki. Można przypuszczać, że cel ten zostanie osiągnięty głęboko w trzecim tysiącleciu.

Ze jay skorupa jest dziurkowatą, pewnym jest ztąd, że zaraz po zniesieniu, wypróżniaią się i być świeżemi przestaią. Zapobiegaiąc temu zwykły się dziurki ich tłustą jaką zatykać materyą, oliwą naprzykład. Tą gdy się dobrze zewsząd powleka, chustą je otrzeć należy, ażeby cienka tylko warszta została powłoki, a to dla tego, ażeby ciśnieniem powietrza, wewnątrz jaia wpędzone oliwy krople, gorzknieiąc, jaia nie zepsuły. Chcąc mieć zawsze jak można nayświeższe, zaraz po zniesieniu tłustością powlec potrzeba, albo dnia tegoż przynaymniey. Jadłem tym sposobem więcey od roku chowane, i tak je świeżemi i delikatnemi znaydowałem, jak gdyby dziś były zniesione. Żeby je jak można naydłużey dochować, trzeba mieć baczność, żeby zapłodzone nie były, bo w takim razie nad 6. lub 8. tygodni chować się niemogą.

Osiemnastowieczny przepis na przechowywanie jajek
– według M.J. Brissona w książce *Początki Fizyki*, 1797 r.

Rozwiązanie zadania M 915.
Niech A będzie dowolnym uczestnikiem kursu. Wystarczy wykazać, że istnieje inny uczestnik B, którego kolegami są dwaj koledzy uczestnika A (wtedy A zaprasza B i owych dwóch kolegów). Załóżmy, że taki B nie istnieje. Wtedy każdy z m kolegów A ($m \geq 10$) koleguje się z co najmniej 8 uczestnikami (nie licząc A), którzy nie kolegują się z A. Jeśli wszyscy ci uczestnicy byliby różni, to mielibyśmy co najmniej $8m \geq 80$ uczestników różnych od A i nie będących jego kolegami. Wtedy jednak liczba wszystkich uczestników kursu byłaby równa co najmniej $80 + 10 + 1 = 91$. Tak więc istnieją dwaj koledzy A, którzy mają wspólnego kolegę (B) różnego od A.