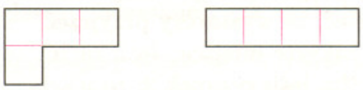
DroBiAzgi

Spośród liczb postaci $2^{2^k}+1$, gdzie k jest liczbą całkowitą nieujemną, pięć początkowych (dla $k=0,1,2,3,4$) to liczby pierwsze. Dla $k=5$ otrzymujemy liczbę złożoną, bo

$$\begin{aligned}4294967297 &= 2^{2^5}+1 = 2^{32}+5^4\cdot 2^{28}-(5^4\cdot 2^{28}-1) =\\ &= 2^{28}(2^4+5^4)-(5^2\cdot 2^{14}+1)(5\cdot 2^7+1)(5\cdot 2^7-1) =\\ &= 641(2^{28}-(5^2\cdot 2^{14}+1)\cdot 639).\end{aligned}$$

Znane są trochę bardziej skomplikowane dowody złożoności takich liczb, np. dla k równego 6, 7, 8, 9, 11, 12, 15, 18, 23, 36, 38, 73 czy – żeby sięgnąć dalej – dla $k=23471$. Niestety nie wiadomo, czy trafiają się wśród takich liczb jeszcze jakieś liczby pierwsze.

Jeśli z kafelków



ułożymy figurę środkowosymetryczną, to liczba tych kafelków z lewej zawsze będzie parzysta.

Schemat w rozumowaniu nie zawsze da się nadrobić fantastyczną nawet biegłością w rachunkach. Opowiada się np., że następujący problem postawiono von Neumannowi: Z miasta A w kierunku miasta B oddalonego o 100 km wyrusza pociąg z prędkością 50 km/h. W tej samej chwili naprzeciw pociągu wylatuje mucha z szybkością 100 km/h. Po spotkaniu z pociągiem mucha zawraca i leci do miasta B. Gdy dociera do miasta B, znów zawraca i tak krąży między miastem a pociągiem, aż i ona, i pociąg znajdą się w mieście B. Jaką drogę pokona mucha? Von Neumann odpowiedział w 5 sekund. Gdy doniesiono mu, iż Fermi podał rozwiązanie w 3 sekundy, wykrzyknął: – To niemożliwe! Nikt nie obliczy sumy tego szeregu w tak krótkim czasie!...

Jeśli największa odległość punktów figury płaskiej F wynosi d, to można ją przykryć sześciokątem foremnym o boku $\frac{d}{\sqrt{3}}$.

Jeśli spośród elips wpisanych w równoległobok największe pole ma koło, to równoległobok ten jest kwadratem.

Młody Galois rzucał w egzaminatora gąbką, gdy ten zadawał mu zbyt łatwe pytania. Newton jako młodzieniec marzył o spaleniu domu rodzinnego. Zupełnie inny charakter miał Riemann: w dzieciństwie najbardziej wzruszała go tragiczna historia rozbiorów Polski, którą wciąż od nowa musiano mu opowiadać.

Każda izometria płaszczyzny da się przedstawić w postaci złożenia symetrii osiowych. Możemy nawet zażądać, aby osie symetrii były wybierane tylko spośród prostych przechodzących przez dowolnie ustalony punkt P plus jedna prosta przez P nie przechodząca. O ile jednak, wybierając osie spośród wszystkich prostych, możemy do każdej izometrii użyć nie więcej niż 3 symetrii, to w tym oszczędnym przypadku dla każdej liczby N istnieje izometria, którą można z symetrii osiowych uzyskać jedynie używając ich więcej niż N.

W przestrzeni trójwymiarowej jest tylko 5 brył platońskich, w czterowymiarowej – 6, a w przestrzeniach o wyższym wymiarze tylko 3.

Próbując uogólnić twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej, można by podejrzewać, iż, o ile wyrażenie

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\beta}\frac{\partial\beta}{\partial\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}$$

jest dobrze określone, to ma wartość 1 (γ jest funkcją zmiennych α i β). Nie jest to prawda. Np. jeśli α to ciśnienie, β objętość, natomiast γ to temperatura gazu, wówczas korzystając ze wzoru $\frac{\alpha\beta}{\gamma}=\text{const}$ łatwo wyliczyć, że (dla const $=1$)

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\beta}\frac{\partial\beta}{\partial\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}=-1.$$

Jeśli P i Q ($P\neq Q$) są środkami symetrii figury F, to F jest nieograniczona.

W dowolnym czworościanie następujące 7 odcinków ma punkt wspólny: 4 odcinki łączące wierzchołek ze środkiem ciężkości przeciwległej ściany i 3 łączące środki skośnych krawędzi. Punkt wspólny dzieli te pierwsze w stosunku 3 : 1 oraz połowi te drugie. Tyle ładu, a pomyśleć, że wysokości czworościanu punktu wspólnego przeważnie nie mają.

Pytanie: czy mając dane dwa sznurki, z których każdy spala się w godzinę, ale w sposób nieregularny, można odmierzyć kwadrans?

Odpowiedź na pytanie: można. Pierwszy sznurek podpalamy z dwóch końców, a drugi tylko z jednego. Gdy pierwszy się spali, gasimy ogień na drugim sznurku. Jeśli to, co z niego zostało, podpalimy z dwóch stron, to czas palenia wyniesie dokładnie kwadrans.