

## MIEDZY NAMI OSZUSTAMI (19)

- Czy postawiłbyś jedną stawkę przeciwko moim dwóm stawkom na rzut monetą? – kusi Bazylego Ambroży.
- Z tobą boję się w cokolwiek grać.
- Ale powiedz, czy byś postawił.
- Pewnie potem powiesz, że stawka jest ujemna.
- Ależ skąd. Mogę ci powiedzieć, jak ją ustalimy. Będziemy rzucać monetą tak długo, aż wypadnie orzeł. Jeśli orzeł wypadnie za  $n$ -tym razem, wtedy stawka wyniesie  $10^n$ .
- A więc jeśli będzie kolejno *reszka, reszka, orzeł*, to stawka wyniesie 1000?
- Zgadza się. Czy postawisz wówczas na rzut monetą 1000 przeciwko moim 2000?
- Uczciwą monetą?
- Uczciwą. Jak wypadnie reszka, płacę ci 2000, a jak orzeł, to ty mi płacisz 1000.
- No... postawię. Jasne, że postawię.
- Czy zdecydujesz się grać, jeśli stawka wyniesie 10?
- Tak, zagram niezależnie od tego, jaką stawkę wylosujemy.
- Skoro zawsze zdecydujesz się zagrać, to może najpierw wylosujemy zwycięzcę, a potem stawkę, w ten sposób gra będzie mniej nerwowa. Zgadzasz się na taką modyfikację?
- Losowania stawki i zwycięzcy są niezależne, więc to chyba bez różnicy.
- Jeśli już wygrasz dwie stawki, to czy zgodzisz się je postawić przeciwko moim trzem na rzut monetą?
- Czyli jak wypadnie reszka, to dostanę 5 stawek, a jak orzeł, to nic?
- Zgadza się.

- Czemu nie? W końcu wartość oczekiwana mojego zysku w takiej dogrywce wynosi pół stawki.
- Podsumujmy, co ustaliliśmy. Rzucamy monetą. Jeśli wypadnie orzeł, to losujemy stawkę i ty mi ją wypłacasz. Jeśli wypadnie reszka, to losujemy stawkę, a następnie przez rzut monetą decydujemy, czy mam ci wypłacić 5 stawek, czy jesteśmy kwita.
- Właściwie w przypadku, gdy w pierwszym rzucie wypadnie reszka, moglibyśmy najpierw rzucić monetą o to, czy ty mi płacisz 5 stawek, czy nie, a potem – o ile masz mi coś płacić – wylosujemy stawkę.
- Dobry pomysł. Wiesz, trochę mi głupio, że czasami niby wygrasz, a nie dostaniesz nic. Czy przyjmiesz ode mnie 5 zł, jeśli okaże się, że pomimo twojej wygranej w pierwszym rzucie, drugi rzut rozstrzygnął, że nie mam ci nic płacić?
- Co chcesz w zamian?
- Nic.
- No pewnie, że się zgadzam.
- Jeszcze raz podsumujmy, co ustaliliśmy. Rzucamy monetą (nazwijmy ten rzut zerowym). Jeśli wypadnie orzeł, to ja wygrałem i ustalamy stawkę, rzucając monetą do pierwszego orła. Jeśli orzeł wypadnie w pierwszym rzucie, to płacisz mi 10, w drugim 100, trzecim 1000, potem 10000 itd. Jeśli natomiast w zerowym rzucie wypadnie reszka, to wiadomo, że ty wygrałeś i rzucamy dalej monetą. Jeśli w pierwszym rzucie wypadnie orzeł, to płacę ci 5, jeśli reszka, to rzucamy dalej do pierwszego orła. Ja wypłacam ci 50, 500, 5000, 50000 itd. w zależności od tego, kiedy pojawi się orzeł.
- Tak ustaliliśmy.
- Czyli, mówiąc krótko, losujemy przez rzut monetą, kto wygrał, a następnie losujemy stawkę według przyjętej wcześniej procedury. Jeśli ja wygram, to zapłacisz mi stawkę. Jeśli ty wygrasz, to ja wypłacę ci pół stawki.
- Chwila! Jakże pół? Miało być więcej.
- Popatrz uważnie na to, co ustaliliśmy.

JWR

## GRY (8)

Poznaliśmy już kilka przykładów gier, najwyższy czas odpowiedzieć precyzyjnie na pytanie: *Co będziemy uważać za grę?*

Mówiąc poglądowo, chcemy nazwać grą procedurę, w której dwaj gracze wykonują na przemian ruchy, przy czym ruchy dostępne dla obydwu graczy są takie same. Postronny obserwator znając pozycję w takiej grze, wiedziałby, jakie są dozwolone ruchy bez konieczności dopytywania się, kto za chwilę wykona swój ruch. Nie są grą w tym sensie szachy lub warcaby, gdyż jeden gracz uprawniony jest do wykonywania ruchów białymi bierkami, a drugi czarnymi. Będziemy zakładać również skończoność gry, tzn. gra musi zakończyć się w skończonej liczbie ruchów, a w każdej pozycji istnieje tylko skończenie wiele ruchów do wyboru. Jeśli zechcemy rozważać gry nieskończone, wyraźnie to zaznaczymy. Przyjmujemy wreszcie uniwersalną zasadę, że wygrywa gracz, który jako ostatni wykona ruch,

pozostawiając przeciwnika na pozycji, w której legalny ruch nie istnieje.

Bardziej formalnie, grą nazywać będziemy dowolny skończony zbiór gier:

$$G = \{G_1, G_2, G_3, \dots, G_n\}.$$

Zakładamy ponadto, że wszystkie rozważane gry powstają w opisany sposób. Powyższy zapis rozumiemy w ten sposób, że gracz, który w pozycji  $G$  ma wykonać ruch, może wybrać jedną z  $n$  opcji, a mianowicie  $G_1, G_2, G_3, \dots, G_n$ . Faktycznie utożsamiamy więc gry o jednakowej strukturze różniące się tylko scenariuszem postępowania. Zauważmy, że w tak określonych grach nie ma mowy o remisach. Zanim omówimy przykłady gier, parę dalszych przykładów niegier: poker, brydż, piłka nożna, tenis stołowy, kółko i krzyżyk (bo są remisy).

Przykłady prostych gier podamy za 2 miesiące.

JWR