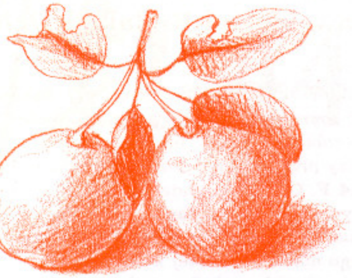


Jesteśmy gotowi do sformułowania tytułowego twierdzenia uogólniającego klasyczne twierdzenie Cevy.

Twierdzenie 4. (Cevy dla wielokąta, G.C. Shephard 1998). Niech $r < \frac{n}{2}$ będzie taką liczbą naturalną, aby r i n były względnie pierwsze. Dla każdego $i \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ wybierzmy punkt U_i należący do prostej $V_{i-r}V_{i+r}$ (przekątnej lub boku wielokąta $P = [V_0, V_1, \ldots, V_{n-1}]$) i oznaczmy przez m_i proste V_iU_i. Wówczas $(m_0, m_r, m_{2r} \ldots, m_{(n-1)r})$ jest ciągiem Pratta z wartością stowarzyszoną $(-1)^n$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\prod_{i=0}^{n-1} \frac{\overrightarrow{V_{i+r}U_i}}{\overrightarrow{U_iV_{i-r}}} = 1.$$

Dowód. Oczywiste. ■

Korzystając z tego twierdzenia, Czytelnik z łatwością sformułuje i udowodni wiele twierdzeń o wielokątach. Zachęcamy do prób.

Pierwiastki sześcienne na kartce

Dla tych, którzy nie cierpią kalkulatorów itp. urządzeń, podajemy przepis na ręczne obliczanie pierwiastka sześciennego.

Aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby naturalnej n, dzielimy ją na grupy trzycyfrowe, zaczynając od prawej strony (ostatnia grupa z lewej może mieć jedną lub dwie cyfry). Liczba grup jest liczbą cyfr całkowitej części pierwiastka.

Pierwsza cyfra c_1 liczby $\sqrt[3]{n}$ to pierwiastek sześcienny z największego pełnego sześcianu, który nie przekracza pierwszej grupy. Odejmujemy ten sześcian od pierwszej grupy i spisujemy drugą grupę. Uzyskaną liczbę l dzielimy przez potrojony kwadrat pierwszej cyfry pierwiastka, a potem przez 100. Całkowita część wyniku jest drugą cyfrą pierwiastka (lub jest od drugiej cyfry pierwiastka o jeden większa).

Następnie od liczby l odejmujemy sześcian liczby utworzonej przez dwie znalezione cyfry pierwiastka i dodajemy 1000 sześcianów pierwszej cyfry pierwiastka. Z wynikiem postępujemy tak, jak poprzednio z liczbą l: dzielimy go przez potrojony kwadrat liczby utworzonej przez pierwsze dwie cyfry pierwiastka, a potem przez 100, znajdujemy trzecią cyfrę pierwiastka itp.

Jeśli ktoś chce znać wartość $\sqrt[3]{n}$ z dokładnością do kilku miejsc po przecinku, musi liczbę n uzupełnić po przecinku dziesiętnym odpowiednią liczbą grup trzycyfrowych złożonych z samych zer, a potem cierpliwie rachować... Niechęć do urządzeń mechanicznych (albo niemożność ich wykorzystania) wymaga poświęceń – wyciąganie pierwiastków sześciennych przypomina pod tym względem zdobywanie Kasprowego piechotą z nartami na grzbiecie: nudno i ciężko, choć wiadomo, że da się to zrobić.

PS

Zadania

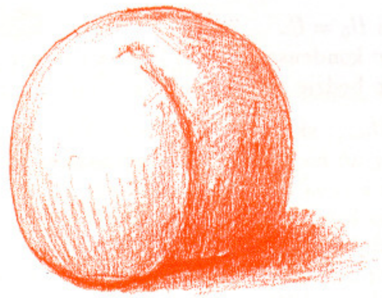
Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 880. Udowodnić, że liczb kończących się cyfrą 5, których cyfry w zapisie dziesiętnym tworzą ciąg niemalejący (idąc od lewej do prawej) i które po podniesieniu do kwadratu zachowują tę własność, jest nieskończenie wiele.
Rozwiązanie na str. 15

M 881. Danych jest n liczb całkowitych ($n > 1$). Wiadomo, że każda z nich różni się od iloczynu wszystkich pozostałych o liczbę będącą wielokrotnością liczby n. Udowodnić, że suma kwadratów tych liczb jest podzielna przez n.
Rozwiązanie na str. 15

M 882. Udowodnić, że w dowolnym ciągu arytmetycznym (a_n) o wyrazach naturalnych istnieją dwa wyrazy o tej samej sumie cyfr.
Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Ewa CZUCHRY



F 499. Czy można posłużyć się kablem z cienkiego przewodu miedzianego w obudowie ołowianej do połączenia telefonicznego z balonem na uwięzi, który znajduje się na wysokości 300 m? Granica sprężystości ołowiu jest równa $2 \cdot 10^7\ \mathrm{N/m^2}$, a jego gęstość $11{,}3 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.
Rozwiązanie na str. 8

F 500. Lina stalowa, która wytrzymuje ciężar nieruchomej kabiny windy, ma średnicę 9 mm. Jaką średnicę powinna mieć lina, jeżeli kabina windy przy gwałtownym zahamowaniu może uzyskać przyspieszenie do 8 g?
Rozwiązanie na str. 5