

A co byliby, gdybyśmy dla każdego wierzchołka grafu mieli podaną pewną listę czterech barw? Otóż, mogliby się wówczas okazać, że grafu nie da się dobrze pokolorować. Najmniejszy znany przykład takiej sytuacji wymaga narysowania zawilego grafu, który ma ponad pół setki wierzchołków. Być może niektórym Czytelnikom ta informacja wydaje się zaskakująca, a nawet szokująca. Proszę jednak zauważyć, że nie ma tu żadnej sprzeczności z twierdzeniem o czterech barwach: zakładamy w nim przecież, iż dla wszystkich wierzchołków grafu (jak kto woli, państw na mapie) dana jest *jedna i ta sama* lista czterech barw.

Uroda matematyki polega zarówno na tego typu zaskakujących odmiennościach, do których prowadzą pozornie nieznaczące zmiany założeń, jak i na tym, że wolno mieć nadzieję, iż ktoś kiedyś znajdzie równie niedługi, elementarny, prosty i elegancki dowód twierdzenia już nie o pięciu, lecz o czterech barwach.

Jak plastiki przewodzą prąd elektryczny?

Stanisław
BEDNAREK

Na pierwszy rzut oka pytanie postawione w tytule wydaje się pozbawione sensu. Wiadomo przecież, że tworzywa sztuczne, potocznie nazywane plastikami, nie przewodzą prądu elektrycznego. Dlatego z tworzyw sztucznych wykonuje się izolacje rozmaitych przewodów i obudowy wielu urządzeń elektrycznych. Tworzywa sztuczne mają budowę polimerową, czyli składają się z bardzo wielu cząsteczek określonego związku chemicznego, np. etylenu lub acetylenu, połączonych w łańcuchy lub sieci. Jeden łańcuch (lub sieć) może zawierać nawet kilka milionów cząsteczek. Przyczyną nieprzewodzenia prądu elektrycznego przez tworzywa sztuczne jest brak w nich mogących swobodnie poruszać się cząstek obdarzonych ładunkiem elektrycznym, nazywanych nośnikami prądu elektrycznego. Rolę tych nośników mogą spełniać elektrony, jak to ma miejsce w metalach, lub elektrony i jony występujące w elektrolitach i rozrzedzonych gazach. Okazuje się jednak, że twierdzenie *wszystkie tworzywa sztuczne nie przewodzą prądu elektrycznego* jest fałszywe.

Przed prawie trzydziestu laty Hideiki Shirakawa prowadził w Politechnice Tokijskiej badania nad otrzymywaniem jednego z polimerów – poliacytylenu. Zmęczony zapewne długotrwałą pracą popełnił błąd. Pomylił naczynia z odczynnikami i w ten sposób w mieszaninie ulegającej reakcji znalazło się wielokrotnie więcej katalizatora, niż być powinno. Otrzymany polimer nie wyglądał zbyt atrakcyjnie, ale jego przewodność właściwa była około stu miliardów razy większa niż przewodność właściwa polietylenu – tworzywa sztucznego, z którego najczęściej wytwarza się izolacje przewodów elektrycznych. Mimo tego przewodność właściwa tego niezwykłego poliacytylenu była jeszcze ponad sto miliardów razy mniejsza niż przewodność właściwa miedzi, która jest jednym z najlepszych przewodników elektryczności. Tak więc otrzymany przez Shirakawę materiał należało zaliczyć raczej do półprzewodników. Dopiero dodanie atomów jodu do tego poliacytylenu spowodowało, że jego przewodność właściwa osiągnęła wartość około sześciu razy mniejszą niż przewodność miedzi. Obecnie znanych jest ponad dwadzieścia przewodzących polimerów.

Ze względu na swoje dobre przewodnictwo elektryczne, zbliżone do przewodnictwa metali, polimery te nazywane są czasem syntetycznymi metalami. Przewodzenie prądu elektrycznego w tych materiałach zachodzi dzięki transportowi swobodnych ładunków elektrycznych wzdłuż łańcucha polimeru. Ładunek taki w postaci elektronu może zostać uwolniony z jednego z podwójnych sprzężonych wiązań chemicznych występujących w łańcuchu. Przyłożenie pola elektrycznego do polimeru powoduje uporządkowany ruch tych ładunków, czyli przepływ prądu elektrycznego. Źródłem swobodnych ładunków elektrycznych są też wprowadzone do polimeru atomy niektórych pierwiastków, np. jodu lub sodu. Atomy sodu mogą oddawać elektrony, które stają się swobodne i uczestniczą w przewodzeniu prądu. Z kolei atomy jodu przyłączają elektrony, a pozostałe po elektronach obszary zachowują się jak





ładunki dodatnie, zwane dziurami, i również mogą się przemieszczać. Wprowadzanie do polimerów atomów oddających lub przyłączających elektrony jest niezwykle skutecznym sposobem zwiększania ich przewodności elektrycznej i pozwoliło uzyskać przewodności właściwe polimerów zbliżone do tych, które wykazują metale. Warto dodać, że sposób ten stosowany jest również w przypadku półprzewodników, takich jak np. german czy krzem.

Przewodzące polimery wzbudzają ostatnio ogromne zainteresowanie fizyków i inżynierów ze względu na ich niezwykle właściwości przydatne do zastosowań w różnych dziedzinach techniki. Jedną z tych właściwości jest połączenie charakterystycznej dla tworzyw sztucznych dużej elastyczności, a często i przezroczystości, z dobrą przewodnością elektryczną zmienną dla metali. Pozwala to na wytwarzanie niełamiwych przewodów, membran i przezroczystych elektrod stosowanych w przenośnych komputerach i świecących wskaźnikach. Dzięki dobrej przewodności elektrycznej przewodzące polimery używane są do produkcji elastycznych warstw odprowadzających ładunki statyczne, gromadzące się na przedmiotach wykonanych z innych tworzyw sztucznych i powodujących nieprzyjemne, a czasem nawet niebezpieczne wyładowania elektryczne. Dobra przewodność powoduje również, że polimery te silnie pochłaniają fale elektromagnetyczne, szczególnie o wysokich częstotliwościach, i dlatego są one stosowane do produkcji pokryć dla niewykrywalnych przez radary samolotów.

Obiecującą właściwością przewodzących polimerów jest możliwość łatwej zmiany ich przewodności elektrycznej za pomocą różnych czynników, np. oświetlenia, temperatury, ilości i rodzaju domieszek, a nawet atomów gazów osadzonych na ich powierzchni. Polimery, których przewodność elektryczna zmienia się pod wpływem oświetlenia – polimery fotoprzewodzące, są powszechnie stosowane jako fotoreceptory w kserografach. Na uprzednio naelektryzowany, pokryty takim polimerem walec rzutowany jest przez obiektyw kopiowany obraz. Miejsca oświetlone zwiększają swoją przewodność elektryczną i oddają ładunek. W wyniku tego na walcu tworzy się rozkład ładunków elektrycznych odpowiadający kopiowanemu obrazowi, który za pomocą specjalnego proszku – tonera – przenoszony jest na papier i utrwalany przez ogrzewanie. W kserografach przewodzące polimery zastąpiły używany dawniej mało skuteczny selen, którego pyłki były szkodliwe dla zdrowia. Zależność przewodności elektrycznej od temperatury umożliwia wykorzystanie przewodzących polimerów do budowy termometrów.

Cienkie lub porowate warstwy niektórych polimerów przewodzących mogą zmieniać swoją przewodność elektryczną pod wpływem atomów osiadających na ich powierzchni. Jest to spowodowane uwalnianiem lub wiązaniem nośników prądu przez te atomy. Takie warstwy stosowane są jako czujniki wykrywające różne gazy. Tego typu czujniki sprzężone z komputerem, wyposażonym w odpowiednie oprogramowanie, potrafią wykrywać minimalne ilości niebezpiecznych gazów, a nawet rozróżniać zapachy. Dlatego też nazywane są żartobliwie sztucznymi nosami. Zbudowane zostały również akumulatory, ogniwa słoneczne i tranzystory, w których zastosowano przewodzące polimery. Duże nadzieje wiąże się z budową diod wysyłających światło, w których element świecący stanowi warstwa przewodzącego polimeru umieszczona między elektrodami połączonymi ze źródłem zasilania. Matryce złożone z milionów takich diod mogą w niedalekiej przyszłości stanowić naprawdę płaskie i elastyczne ekrany odbiorników telewizyjnych i komputerów. Ekrany te z łatwością można by zawieszać na ścianie, a po użyciu bezpiecznie... zwinąć w rolkę.

Mówiąc o tych wszystkich niezwykłych zastosowaniach przewodzących polimerów trudno nie ulec wrażeniu, że ich kariera zaczęła się przypadkowo od błędu popełnionego podczas syntezy poliacytenu. Tak się jednak zdarza, że przypadek nie sprzyja beczynnym. Gdyby nie intensywne badania Shirakawy, błąd zapewne nie zostałby popełniony i cała historia przewodzących polimerów wyglądałaby inaczej albo jeszcze by jej nie było.



Rozwiązanie zadania M 878.

Z założeń $a + b + c = x + y + z$
i $abc = xyz$ wynika, że

$$\begin{aligned} abc(ab + bc + ca - xy - yz - zx) &= \\ &= bc(x - a)(y - a)(z - a) = \\ &= ca(x - b)(y - b)(z - b) = \\ &= ab(x - c)(y - c)(z - c) \end{aligned}$$

(drugą i trzecią równość otrzymujemy, dokonując cyklicznych podstawień).
Gdyby żadne z ostatnich trzech wyrażeń nie zniknęło, to z nierówności danych w zadaniu wynikałoby, że jedno z nich ma inny znak niż pozostałe dwa. Tak być nie może, zatem każde z rozpatrywanych wyrażeń zawiera czynnik równy zeru, a to, wraz z dowolną z założonych równości, oznacza, że zbiory $\{x, y, z\}$ i $\{a, b, c\}$ są równe.