W dniach 17–27 sierpnia 1998 roku w Berlinie odbył się Międzynarodowy Kongres Matematyków, z udziałem około 3500 osób. Kongresy organizowane są co cztery lata i obejmują wszystkie dziedziny matematyki. Na wykładach plenarnych szczególnie mocno reprezentowane były tym razem: szeroko pojęta teoria liczb, układy dynamiczne oraz różnorodne zastosowania matematyki.

Medale Fieldsa, powszechnie uznawane za najważniejsze wyróżnienie zawodowe, jakie może spotkać matematyka, dostali: Richard Borcherds z Cambridge, za prace z algebry dotyczące m.in. grupy monstrum (to grupa skończona o ponad $8 \cdot 10^{53}$ elementach – największa wśród tzw. sporadycznych skończonych grup prostych), William Timothy Gowers, również z Cambridge, za rozwiązanie dwóch pochodzących jeszcze z lat trzydziestych XX wieku problemów teorii przestrzeni Banacha oraz nowatorskie prace kombinatoryczne, Maksym Koncewicz z Institut des Hautes Etudes Scientifiques w Bures-Sur-Yvette pod Paryżem, za prace z algebry, geometrii rozmaitości i teorii węzłów, oraz Curtis T. McMullen z Uniwersytetu Harvarda, za prace z dynamiki zespolonej i geometrii rozmaitości trójwymiarowych. W przypadku pierwszego i trzeciego medalisty zostały także wspomniane związki ich prac ze współczesną fizyką teoretyczną, ściślej – z teorią strun.

Lista nagród na tym się nie kończy. Przewodniczący Komitetu Medalu Fieldsa, Jurij Manin, zaznaczył wyraźnie, że decyzję o tym, kto dostanie medale, podjęto po wielu wahaniach, uznając w końcu, że jednak należy przestrzegać zasady głoszącej, iż laureaci tej nagrody powinni mieć nie więcej niż 40 lat. Czterdziestopięcioletni dziś Andrew Wiles, który udowodnił Wielkie Twierdzenie Fermata, nagrodzony więc został specjalnym wyróżnieniem i srebrną tabliczką z wygrawerowanym po łacinie słynnym marginesowym dopiskiem Fermata.

Nagrodę Nevanlinny, przyznawaną za osiągnięcia w teoretycznej informatyce, dostał Peter Shor, przede wszystkim za prace o kwantowych komputerach (a ściślej mówiąc, o algorytmach dla takich – na razie hipotetycznych – komputerów).

Serię obco brzmiących uzasadnień wypadałoby choć odrobinę rozjaśnić. Niestety, na kongresach dojmujący ból niezrozumienia towarzyszy na ogół większości słuchaczy (niżej podpisany nie jest wyjątkiem), a niezależnie od tego wielu osiągnięć medalistów Fieldsa nie sposób wyjaśnić, nie popadając przynajmniej częściowo w techniczny żargon. Na szczęście, wśród wyników tegorocznych laureatów znalazły się dwa twierdzenia o stosunkowo elementarnych sformułowaniach.

Pierwsze z nich dotyczy długich ciągów arytmetycznych zawartych w „niezbyt rzadkich” podzbiorach zbioru liczb naturalnych. Przypuśćmy mianowicie, że dana jest liczba $k \in \mathbb{N}$ oraz liczba $\delta > 0$. Wówczas, jak udowodnił w 1975 roku Szemerédi, jeśli liczba N jest *dostatecznie duża*, to każdy podzbiór A zbioru $\{1, 2, \ldots, N\}$, który ma więcej niż δN elementów, zawiera pewien ciąg arytmetyczny długości k. Można zadać naturalne pytanie: jak duża, dla danych k i δ, musi być owa liczba N? W znanych dotąd oszacowaniach już dla $k = 4$ pojawiała się tzw. funkcja Akermana; tempo jej wzrostu wymyka się właściwie wszelkiej ludzkiej wyobraźni: w porównaniu z nią rozmaite funkcje w rodzaju np. $2^{2^{2^{2^x}}}$ rosną leniwie, wręcz śmiesznie wolno. Timothy Gowers udowodnił, stosując w bardzo sprytny sposób metody analizy harmonicznej, że liczba $N(4, \delta)$ nie przekracza $\exp(\exp((1/\delta)^c))$, gdzie c jest pewną stałą, a w ogólnym przypadku zachodzi oszacowanie

$$N(k, \delta) \leq 2^{2^{(1/\delta)^{2^{2^{k+10}}}}}$$

Jeśli chodzi o oszacowania z dołu, to wiadomo jedynie, że $N(4, \delta) \geq \text{const} \cdot (1/\delta)^{\log(1/\delta)}$, więc pole do popisu jest nadal szerokie.

Natomiast Peter Shor, prócz wspomnianego wkładu w teorię prowadzenia obliczeń na kwantowych komputerach, ma na swoim koncie wynik następujący. Okazuje się, że przestrzeń $\mathbb{R}^{10}$ można w taki sposób wypełnić identycznymi jednostkowymi kostkami o rozłącznych wnętrzach, by żadne dwie z nich nie miały wspólnej ściany dziewięciowymiarowej ani nawet wspólnej ściany ośmiowymiarowej. Wydaje się to przeczyć intuicji i zdrowemu rozsądkowi; wszelkie próby zapełnienia płaszczyzny jednakowymi kwadratami czy przestrzeni trójwymiarowej jednakowymi sześcianami zdają się wskazywać, że w pierwszym przypadku zawsze znajdzie się przynajmniej jedna para kwadratów o wspólnym boku, a w drugim – para sześcianów, które mają wspólną ścianę, a tym bardziej wspólną krawędź. Udowodniono, że na płaszczyźnie, w przestrzeni trójwymiarowej i ogólniej w $\mathbb{R}^n$ dla $n \leq 6$ istotnie zawsze tak musi być. Za to w przestrzeni dziesięciowymiarowej, jak pokazał Shor, jest inaczej; takie dziwne upakowania kostek istnieją również dla każdego wymiaru większego od 10. Jak jest w wymiarach 7, 8 i 9 – nie wiadomo.

Warto zaznaczyć, że wszyscy medaliści nie bali się pracować jednocześnie w kilku dyscyplinach matematyki i podejmowali problemy, uznawane przez wielu specjalistów za beznadziejnie trudne. Niech ta odwaga i szerokość spojrzenia będzie znakiem dla naszych młodych Czytelników; w końcu podobno każdy żołnierz nosi w plecaku buławę marszałkowską. Jurij Manin, na chwilę przed wręczeniem medali, przypomniał jeszcze słowa Cantora: *istotą matematyki jest wolność*.

Paweł STRZELECKI