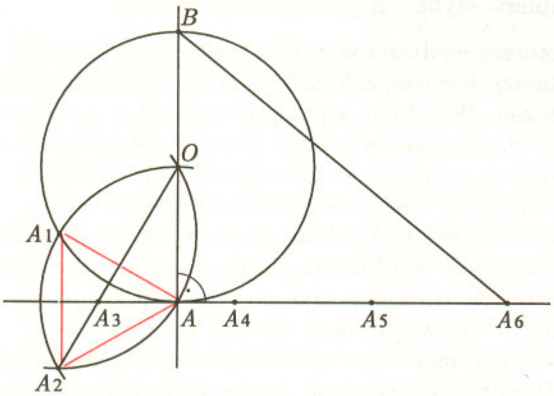
Bibliotekarz króla Jana

Jak wiadomo od 116 lat, za pomocą cyrkla i linijki nie można wykonać rektyfikacji okręgu, czyli skonstruować odcinka o długości równej obwodowi danego koła. Niemniej jednak istnieją rozmaite konstrukcje przybliżone, niezbyt skomplikowane, a przy tym obarczone bardzo niewielkim błędem. Autorem jednej z nich jest Adam Adamandy Kochański, nadworny bibliotekarz i matematyk króla Jana III Sobieskiego. Oto ona.



$OA_1 = OA = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = 1$

Z punktu A położonego na okręgu $o(O,1)$ o jednostkowym promieniu zakreślamy okrąg o promieniu 1. Z punktu A_1 przecięcia obu okręgów kreślimy trzeci okrąg $o(A_1,1)$, też o jednostkowym promieniu. Punkt A_2 (patrz rysunek) to różny od O punkt wspólny okręgów $o(A,1)$ i $o(A_1,1)$, punkt A_3 zaś – to punkt przecięcia prostej OA_2 ze styczną do okręgu $o(O,1)$, przechodzącą przez punkt A. Kolejne punkty A_4, A_5, A_6 zaznaczamy na prostej A_3A tak, jak to pokazuje rysunek. Długość odcinka BA_6 jest w przybliżeniu równa długości półokręgu o promieniu 1, czyli liczbie π.

Nietrudno się o tym przekonać za pomocą rachunku (jeśli ktoś nie umie wyciągać pierwiastków kwadratowych, to przyda mu się kalkulator). Otóż, czworokąt OA_1A_2A to romb o kącie ostrym 60°, złożony z dwóch trójkątów równobocznych, $\triangle OA_1A$ i $\triangle A_1AA_2$. Punkt A_3 to punkt przecięcia środkowych jednego z tych trójkątów – mianowicie $\triangle A_1AA_2$. Środkowe dowolnego trójkąta dzielą się w stosunku 2:1, a w trójkącie równobocznym o boku 1 środkowa ma długość $\frac{\sqrt{3}}{2}$, bo jest jednocześnie wysokością. Zatem, $A_3A = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Stąd $AA_6 = 3 - \frac{\sqrt{3}}{3}$. Z twierdzenia Pitagorasa mamy więc

$$BA_6 = \sqrt{2^2 + \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = 3{,}1415333387\ldots$$

Jest to przybliżenie liczby π z błędem mniejszym od 0,00006 (to znaczy, używając go np. do obliczenia długości orbity Ziemi, pomylimy się z grubsza o $\frac{3}{2}$ średnicy Ziemi, czyli wcale). Aż się ciśnie na usta pytanie: jak właściwie ten Kochański na to wpadł?

I szkoda tylko, że to osiągnięcie polskiej matematyki XVII wieku, jakże chętnie wspominane w popularnych książkach i w Encyklopedii Powszechnej, tak się mniej więcej ma do zdobyczy królowej nauk w tamtym stuleciu, jak wyniki mistrza trzeciej ligi piłkarskiej do wyników mistrza świata w piłce nożnej. Nie ta klasa, nie ta konkurencja – choć na pozór wygląda podobnie.

Małą Deltę przygotował Paweł STRZELECKI