Kiedy dziś wschodzi Słońce?

Tomasz KWAST

Astronomia sferyczna to gałąź astronomii zajmująca się elementarnymi zjawiskami zachodzącymi na niebie, np. dlaczego mamy pory roku, jak wyznaczyć współrzędne geograficzne itd. oraz – jak w tytule – kiedy wschodzi jakakolwiek gwiazda (np. Słońce), czy w ogóle wschodzi, jak to jest na innej szerokości geograficznej i in. Odpowiedź na zawarte w tytule pytanie wynika z podstawowych zależności między bokami i kątami pewnego szczególnego trójkąta sferycznego zwanego trójkątem paralaktycznym (choć nie ma on nic wspólnego z paralaksą). Jest to chyba najważniejszy trójkąt w astronomii, a na pewno w astronomii sferycznej. Jego wierzchołkami są: północny biegun nieba, zenit i gwiazda (rys. 1). Aby cokolwiek obliczać, musimy znać współrzędne gwiazdy, tzn. jej rektascensję α i deklinację δ oraz własne współrzędne geograficzne: długość λ i szerokość φ. Własności trójkątów sferycznych określają trzy wzory, a wzór potrzebny (i wystarczający) do uzyskania odpowiedzi na tytułowe pytanie głosi, że

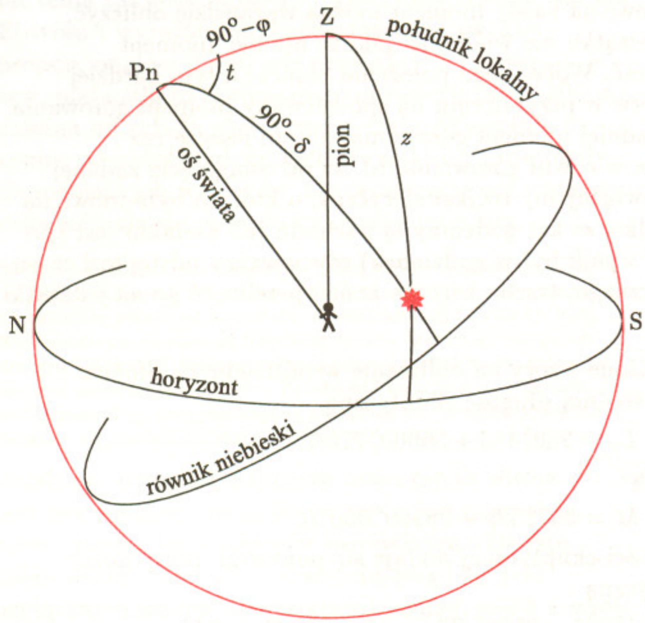
Rektascensja – kąt między płaszczyzną południka niebieskiego punktu Barana i płaszczyzną południka gwiazdy.

Deklinacja – kąt między płaszczyzną równika niebieskiego i kierunkiem na gwiazdę

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t,$$

gdzie z jest odległością zenitalną gwiazdy, a t jej kątem godzinnym, czyli kątem między płaszczyzną południka lokalnego (tj. przechodzącego przez lokalny zenit) a płaszczyzną południka gwiazdy. W chwili wschodu (lub zachodu) odległość zenitalna gwiazdy wynosi, oczywiście, $z = 90°$, zatem kąt godzinny t_0 wschodu lub zachodu wynika ze związku

$$\cos t_0 = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta.$$



Rys. 1. Trójkąt paralaktyczny, Pn – północny biegun nieba, Z – zenit.

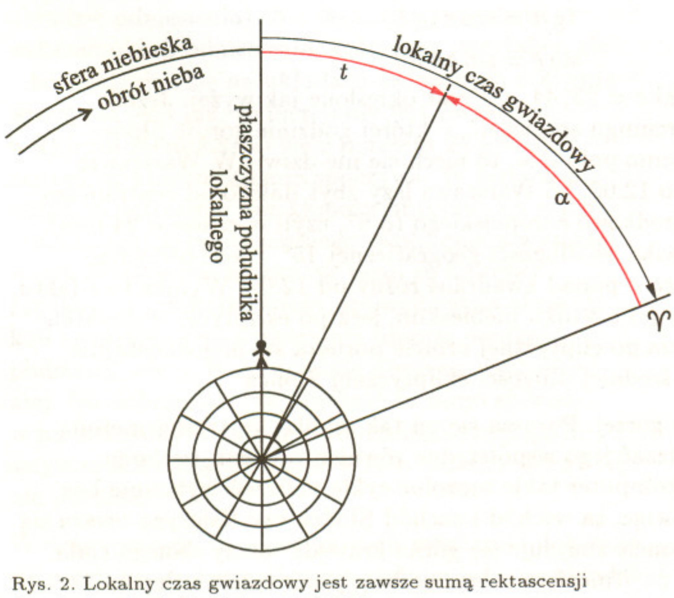
Nawiasem mówiąc, co oznacza iloczyn tangensów większy od 1? W każdym razie obliczony w ten sposób kąt godzinny wschodu lub zachodu pomnożony przez 2 jest czasem przebywania gwiazdy nad horyzontem (co w przypadku Słońca jest w przybliżeniu równoważne długości dnia). Powiedzmy, że jeszcze wypada podać wynik w ogólnie stosowanych jednostkach. Dlatego jeżeli t_0 obliczyliśmy w stopniach, to po podzieleniu przez 15 dostaniemy liczbę godzin (bowiem 360° jest równoważne 24 h).

Potrafimy więc obliczyć czas widoczności gwiazdy, nie wiemy jednak, o której godzinie gwiazda wschodzi czy zachodzi. Najprościej jest obliczyć moment górowania, gdyż wschód następuje po prostu o t_0 wcześniej, a zachód tyle samo później. Dokonuje się tego za pośrednictwem tzw. czasu gwiazdowego, bardzo ważnego i pożytecznego pojęcia w astronomii sferycznej. Z definicji jest to kąt godzinny punktu równonocy wiosennej (rys. 2), zwanego też punktem Barana, gdyż w Starożytności leżał w gwiazdozbiorze Barana. Zauważamy, że ten szczególny kąt godzinny jest zawsze równy rektascensji gwiazdy górującej, przydałby się jednak poręczniejszy sposób jego określania. Roczniki astronomiczne publikują wartości czasu gwiazdowego o północy w Greenwich (T_{*0}) na każdy dzień, ale w przybliżeniu można obliczyć go samemu. Mianowicie

$$T_{*0} = 6^{\mathrm{h}}41^{\mathrm{m}}50^{\mathrm{s}}{.}548 + 8\,640\,184^{\mathrm{s}}{.}813\,T,$$

gdzie T jest ilorazem liczby dni, jakie upłynęły od północy rozpoczynającej dany dzień do południa 1 stycznia 2000 przez 36525. Tu dwie uwagi:

1. Jeszcze przez dwa lata będzie to liczba ujemna.
2. Liczba dni, o której mowa, musi być połówkowa – w przeciwnym przypadku wynik będzie pozbawiony sensu przyrodniczego.



Rys. 2. Lokalny czas gwiazdowy jest zawsze sumą rektascensji dowolnej gwiazdy i jej kąta godzinnego.

Rozwiązanie zadania F 483.
Jedyną niezrównoważoną siłą, działającą na machinę, była składowa pozioma siły Coriolisa. Była ona w każdej chwili prostopadła do kierunku prędkości i co do wartości równa $2mv\omega\sin\phi$, gdzie m jest masą machiny, a ω prędkością kątową ruchu obrotowego Ziemi. Siła ta powodowała jedynie zmianę kierunku prędkości, a nie jej wartości. Machina poruszała się więc ze stałą prędkością $v = 1$ km/h po okręgu o promieniu r, takim, że

$$\frac{mv^2}{r} = 2mv\omega\sin\phi,$$

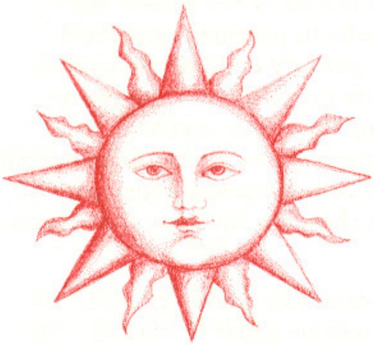
czyli $r = v/(2\omega\sin\phi) \approx 2{,}5$ km. Machina kręciła się zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara.

Mając więc rektascensję gwiazdy α, wiemy, że góruje ona o takiej właśnie godzinie lokalnego czasu gwiazdowego (np. u nas). W Greenwich jest w tym momencie czas gwiazdowy o λ wcześniejszy, gdyż różnica czasów (wszystko jedno jakich) jest zawsze równa różnicy długości geograficznych, od północy upłynęło więc tam $\alpha - \lambda - T_{*0}$ jednostek czasu gwiazdowego. Są one nieco drobniejsze od jednostek czasu słonecznego, a przelicznik wynosi k=1,0027379. Dzieląc zatem ostatni wynik przez k, dostajemy odstęp czasu od północy w Greenwich w jednostkach słonecznych, czyli czas uniwersalny UT. U nas normalnie panuje czas środkowo europejski (w każdym razie zimą) o godzinę późniejszy, zatem moment górowania gwiazdy wynosi

$$(\alpha - \lambda - T_{*0})/k + 1\ \text{h}.$$

Niewątpliwie uciążliwa jest tu konieczność częstego przeliczania z układu dziesiętnego na sześćdziesiątkowy. Przy rachunkach ręcznych staje się to zazwyczaj źródłem wielu błędów. Tak czy inaczej, potrafimy samodzielnie obliczyć wyrażony w normalnym cywilnym czasie moment górowania gwiazdy o znanych współrzędnych równikowych.

Ze Słońcem jest więcej kłopotów, ponieważ stale się przemieszcza na niebie. Jego współrzędne równikowe na każdy moment można wprawdzie obliczyć, ale przecież na samym początku nie wiadomo, jaki to ma być moment – dopiero chcemy go znaleźć. Wobec tego położenie Słońca, a tym bardziej Księżyca, oblicza się wpierw w przybliżeniu na spodziewany moment górowania, mając je, obliczamy dokładniej moment górowania, potem jeszcze raz dokładniejsze współrzędne w chwili górowania itd. aż do osiągnięcia żądanej dokładności. Wreszcie rozwiązujemy trójkąt sferyczny, o którym była mowa na początku. Pamiętajmy tylko, że kąt godzinny t_0 wschodu lub zachodu jest (po podzieleniu przez 15, aby wynik był w godzinach) równoważny odstępowi czasu gwiazdowego, a nie słonecznego, trzeba więc na końcu przeliczyć go na jednostki słoneczne, dzieląc przez k.



Oto dla ciekawych przybliżone wzory na obliczenie współrzędnych Słońca. Najpierw oblicza się jego średnią długość ekliptyczną

$$L_0 = 280{,}^\circ466 + 36000{,}^\circ770\,T$$

oraz tzw. anomalię średnią

$$M = 357{,}^\circ529 + 35999{,}^\circ050\,T,$$

po czym do średniej długości ekliptycznej dodaje się poprawki, otrzymując prawdziwą długość ekliptyczną

$$L = L_0 + (1{,}^\circ915 - 0{,}^\circ005\,T)\sin M + 0{,}^\circ020\sin 2M.$$

Teraz jego rektascensję i deklinację dostaje się ze wzorów

$$\operatorname{tg}\alpha = \cos\varepsilon\operatorname{tg}L,$$

$$\sin\delta = \sin\varepsilon\sin L,$$

gdzie nachylenie ekliptyki $\varepsilon = 23{,}^\circ44$, a T jest określone jak wyżej. Jeżeli warszawiak zechce dla treningu sprawdzić, o której godzinie góruje Słońce i wyjdzie mu, że nie w samo południe, to niech się nie dziwi. W Warszawie Słońce nigdy nie góruje o 12:00, bo Warszawa leży zbyt daleko od centralnego południka strefy czasu środkowo europejskiego (o 6°, czyli w czasie o 24 min). Ale nawet ktoś, kto mieszka na długości geograficznej 15°, może otrzymać moment górowania Słońca o ponad kwadrans różny od 12:00. Wynika to z faktu, że Słońce porusza się nie po równiku niebieskim, lecz po ekliptyce, w dodatku niejednostajnie, bo Ziemia po eliptycznej orbicie porusza się niejednostajnie – stąd owe poprawki do średniej długości ekliptycznej Słońca.

Z Księżycem jest jeszcze gorzej. Porusza się on tak szybko, że trzeba metodą kolejnych przybliżeń obliczać jego współrzędne również w chwili wschodu i zachodu. Na szczęście komputer takie mozolne cykle obliczeń wykonuje bez żadnej skargi. Ściślej mówiąc, za wschód i zachód Słońca czy Księżyca uważa się moment, kiedy na horyzoncie znajduje się górna krawędź tarczy danego ciała, i to przy uwzględnieniu, że atmosfera załamuje bieg promieni świetlnych. Te – zdawałoby się – szczegóły powodują wydłużenie dnia co najmniej o 8 minut.

Rozwiązanie zadania F 484.
Warunkiem na to, aby składowa pozioma siły Coriolisa była większa od siły odśrodkowej, jest $2mv\omega\sin\phi > mv^2/r$, a stąd

$$r > \frac{v}{2\omega\sin\phi},$$

czyli $r > 12$ km. Warto zauważyć, że w razie spełnienia tego warunku rzeka będzie podmywała prawy, wewnętrzny brzeg zakola, a nie zewnętrzny, jak to się dzieje zazwyczaj.