

Czy prawo Hooke'a zawsze jest słuszne?

Stanisław
BEDNAREK

Prawo Hooke'a orzeka, że naprężenie ciała sprężystego jest wprost proporcjonalne do jego wydłużenia względnego. Naprężenie mierzymy stosunkiem wartości siły F , działającej prostopadle na daną powierzchnię, do pola tej powierzchni S . Wydłużenie względne wyraża się stosunkiem przyrostu długości ciała Δl do jego długości początkowej l_0 . Korzystając z tych definicji, prawo Hooke'a możemy wyrazić wzorem

$$(1) \quad \frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Współczynnik proporcjonalności E , występujący we wzorze (1), nazywa się modułem Younga. Moduł ten równy jest takiemu naprężeniu, przy którym długość ciała staje się dwa razy większa od jego długości początkowej. Żeby to wykazać, wystarczy podstawić do wzoru (1) $\Delta l = l_0$.

Większość materiałów ulega rozerwaniu już przy znacznie mniejszych wydłużeniach, nie przekraczających kilku procent. Są jednak materiały, które wytrzymują wydłużenie nawet do 10 razy większe od ich długości początkowej. Te niezwykle właściwości wykazuje pewna grupa polimerów zwanych elastomerami, których przykładem jest guma, ale czy przy tak dużych wydłużeniach elastomery spełniają prawo Hooke'a?

Żeby się o tym przekonać, będziemy potrzebowali kilku gumek o grubości około 1 mm i długości około 10 cm. Bardzo dobrze nadają się do tego celu tzw. gumki aptekarskie, które obecnie można kupić w sklepach z artykułami papierniczymi. Podobne gumki można uzyskać przez pocięcie starej dętki rowerowej.

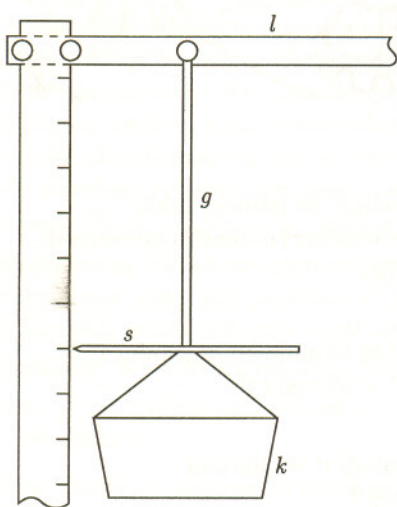
Zbudujemy teraz układ doświadczalny przedstawiony na rysunku 1. W pobliżu końca poziomej listewki l , przywiązanej np. do oparcia krzesła, przypinamy pinezką lub przywiązujemy nitką górny koniec przeciętej gumki g . Do dolnego końca gumki przywiązujemy za pomocą trzech nitek plastikowych kubek k od margaryny oraz poziomą strzałkę s zrobioną z cienkiego patyczka lub drutu. Równoległe do gumki mocujemy linijkę o długości 50 lub 40 cm, przyklejając ją plasteliną do listewki w takim miejscu, żeby położenie końca strzałki można było odczytać na skali linijki. Ponieważ kubek, strzałka i nitki są bardzo lekkie, wydłużenie gumki, spowodowane przez te elementy, możemy pominąć.

W naszych doświadczeniach będziemy mierzyć i zapisywać wydłużenia gumki Δl spowodowane przez dokonywane na różne sposoby wzrosty obciążenia kubka. Dlatego wzór (1) wygodnie jest przekształcić do postaci

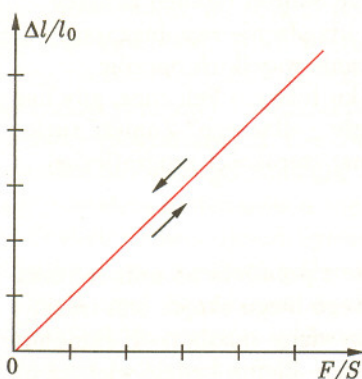
$$(2) \quad \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}.$$

Podczas pierwszego doświadczenia wkładamy do kubka kolejno jednakowe niewielkie obciążniki i odczytujemy na skali linijki odpowiadające temu przesunięcia wskazówki. W warunkach domowych rolę obciążników mogą spełniać np. średniej wielkości nakrętki, wkręty lub gwoździe. Możemy też uformować z plasteliny jednakowe sześciiany i używać ich jako obciążników. Nie musimy znać masy takiego obciążnika ani nawet pola przekroju poprzecznego gumki. Dla uproszczenia przyjmijmy, że jeden obciążnik powoduje naprężenie gumki równe jednostce umownej. (Założenie to ma charakter przybliżony, ponieważ przekrój poprzeczny gumki w miarę rozciągania zmniejsza się, ale przyjęte przybliżenie nie zmienia w istotny sposób wyników doświadczenia.)

Największe obciążenie nie powinno powodować wydłużenia przekraczającego połowę początkowej długości gumki. Obciążniki staramy się wkładać ostrożnie, ale możliwie szybko i w równych odstępach czasu niezbędnych tylko na odczytanie wydłużenia, np. co 5 s. Następnie w ten sam sposób zdejmujemy kolejno obciążniki i odczytujemy położenia wskazówki. Widzimy, że po usunięciu wszystkich obciążników długość gumki jest taka sama, jak przed rozpoczęciem doświadczenia. Wykorzystując uzyskane wyniki, możemy sporządzić wykres zależności $\Delta l/l_0$ od F/S . Będzie on wyglądał podobnie, jak na rysunku 2.



Rys. 1



Rys. 2

Wynika stąd, że w zakresie niewielkich wydłużeń dla naszej gumki słuszne jest prawo Hooke'a.

Powtórzmy teraz opisane doświadczenie z większą liczbą obciążników, tak żeby osiągnąć wydłużenie gumki 3–4 razy większe od długości początkowej. Nadal staramy się zachowywać krótkie odstępy czasu między zmianami obciążenia. Okazuje się, że po zakończeniu doświadczenia gumka nie wróci do początkowej długości, a wykres zależności $\Delta l/l_0$ od F/S będzie przypominał to, co przedstawia rysunek 3. Zmniejszanie wydłużenia jakby nie nadążało za zmniejszaniem naprężenia. Zjawisko to nazywa się histerezą sprężystą.

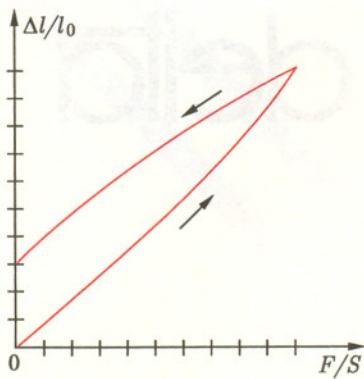
Przeprowadźmy jeszcze jeden wariant doświadczenia. Zawieśmy nową gumkę, zmierzmy jej długość początkową l_0 i obciążmy od razu tak, żeby spowodować duże wydłużenie, np. $\Delta l = 3l_0$. Nie zmieniając obciążenia, mierzymy to

wydłużenie w równych odstępach czasu, np. co 2 minuty, i zapisujemy wyniki. Okazuje się, że mimo stałego obciążenia wydłużenie rośnie. Zjawisko to nazywa się płynięciem lub pełzaniem materiału. Jeżeli sporządzimy wykres zależności wydłużenia od czasu, to otrzymamy krzywą zbliżoną do krzywej AB na rysunku 4. Następnie zdejmujemy ostrożnie całe obciążenie i nadal mierzymy wydłużenie co 15–20 s. Spostrzegamy, że wydłużenie gumki nie znika od razu, ale maleje najpierw szybko, a później coraz wolniej.

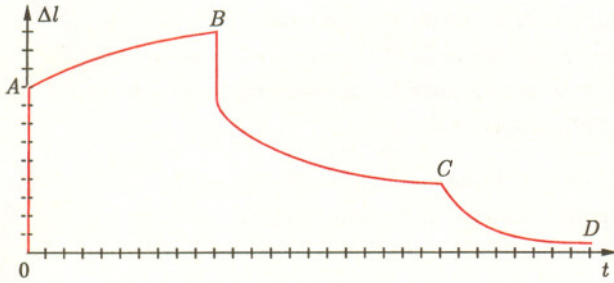
Kolejne pomiary wydłużenia gumki możemy wykonywać w coraz dłuższych odstępach czasu, np. co 5–20 minut lub jeszcze rzadziej. W jednym z przeprowadzonych doświadczeń zmiany wydłużenia obserwowałem jeszcze następnego dnia. Jeżeli uzupełnimy wykres, to temu procesowi, zwanemu relaksacją naprężeń, będzie odpowiadała krzywa BC (rys. 4). Gumka nie wróci jednak do początkowej długości. Dalsze zmniejszanie wydłużenia gumki możemy spowodować przez jej ogrzanie. Najlepiej użyć do tego celu lampy zaopatrzonej w żarówkę o mocy 60–100 W. Gdybyśmy kontynuowali pomiary i sporządzili wykres, to otrzymamy krzywą CD reprezentującą tzw. proces relaksacji cieplnej naprężeń, w wyniku którego gumka ewentualnie wróci do początkowej długości.

Termiczną relaksację naprężeń możemy wykorzystać do budowy bardzo prostego i pomysłowego silnika cieplnego przedstawionego na rysunku 5. Widoczne tam koło składa się z metalowego pierścienia p (może to być zakrętka od słoika typu twist-off z wyciętą środkową częścią), bardzo dużej igły i oraz kilku gumek aptekarskich g tworzących „szprychy”. Gumki obejmujące z obu stron powinny być dość mocno naprężone i rozmieszczone symetrycznie na obwodzie pierścienia. Igła tworząca oś oparta jest na wycięciach kartonowego wspornika w . Spróbujmy wykonać takie koło i zobaczyć, jak się ono zachowa, gdy jego jedną pionową połowę zasłonimy kawałkiem kartonu, a drugą ogrzejemy wspomnianą żarówką.

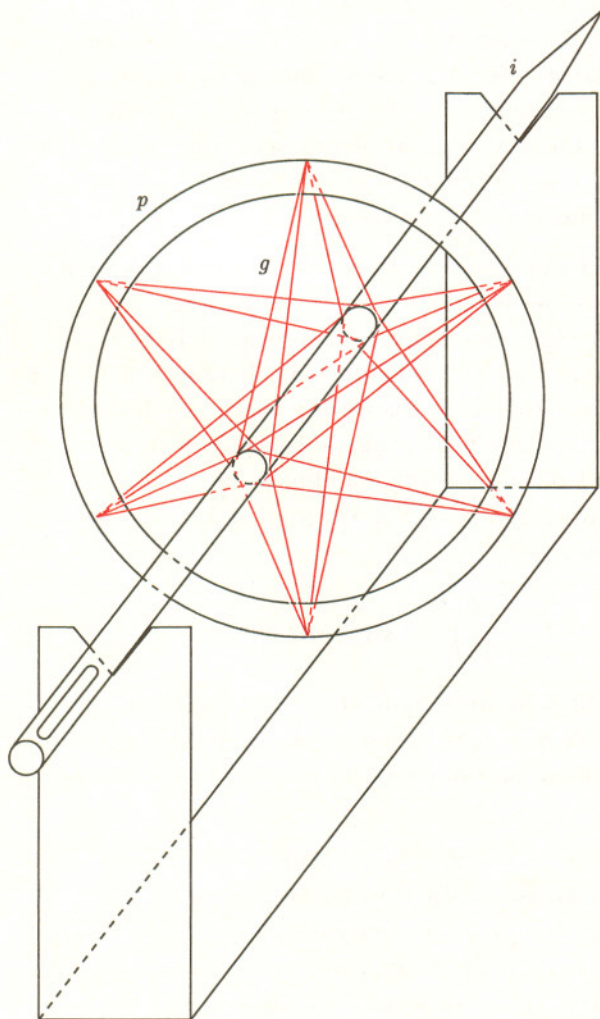
Z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że nawet dla tak sprężystego materiału jak guma, prawo Hooke'a jest słuszne tylko dla niewielkich i krótkotrwałych naprężeń. Przyczyną takich zjawisk, jak pełzanie czy histereza sprężysta, jest przemieszczanie się cząstek ciała w wyniku współdziałania sił międzycząsteczkowych i sił zewnętrznych. Zjawiska te są jednym z przedmiotów zainteresowania reologii – nauki, która powstała około 70 lat temu, kiedy stwierdzono, że teoria sprężystości, wykorzystująca prawo Hooke'a, nie wystarcza do prawidłowego opisu zachowania się pewnych ciał podczas ich odkształcania.



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5