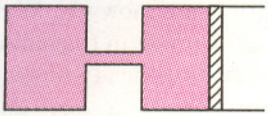
Redaguje Jerzy B. BROJAN

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 4/1998

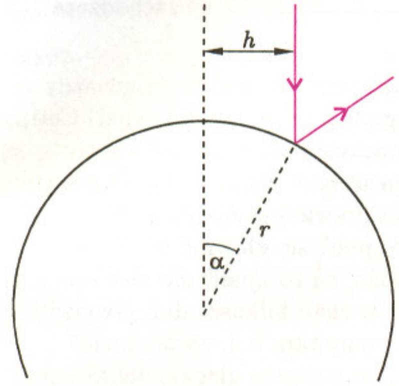
Przypominamy treść zadań:

256. Jednorodny strumień równolegle biegnących cząstek (np. strumień światła) pada na kulę: a) odbijającą cząstki sprężyście (zwierciadło kuliste), b) taką, do której cząstki się „przyklejają" (czarną). Jeżeli promień kul jest jednakowy, to na którą z nich działa większa siła? A może siły są jednakowe?



Rys. 1

257. Naczynie z gazem jest izolowane termicznie od otoczenia i przedzielone na dwie części, z których jedna jest zamknięta tłokiem wywierającym na gaz stałe ciśnienie p (rys. 1). Jeżeli grzałka elektryczna dostarczy do wnętrza pewną ustaloną ilość ciepła Q, to w którym przypadku tłok przesunie się bardziej:
a) gdy podgrzejemy lewą część naczynia,
b) gdy podgrzejemy prawą część naczynia,
c) gdy połowę ciepła dostarczymy lewej części, a połowę – prawej?
Kanalik łączący obie części naczynia jest tak wąski, że temperatura nie ulega wyrównaniu.



Rys. 2

256. W przypadku a) cząstka biegnąca torem przesuniętym względem środka o h (rys. 2) odbija się pod kątem $\alpha = \arcsin(h/r)$. Pionowa składowa pędu tej cząstki wynosi po odbiciu $p' = p\cos(180° - 2\alpha) = -p\cos 2\alpha$ (gdzie p – pęd początkowy), czyli zmiana pędu wynosi $\Delta p = p(1+\cos 2\alpha) = 2p\cos^2\alpha = 2p(1-(h/r)^2)$. Oznaczmy liczbę cząstek padających w ciągu sekundy na jednostkową powierzchnię prostopadłą przez n. Aby obliczyć siłę ze wzoru $F = \mathrm{d}p/\mathrm{d}t$, należy otrzymane wyrażenie Δp pomnożyć przez n oraz przez powierzchnię cienkiego pierścienia zawartego między h a $h + \mathrm{d}h$ (równą $\Delta S = 2\pi h \mathrm{d}h$) i scałkować po h od 0 do r:

$$F = 4\pi pn \int_0^r \left(1-(h/r)^2\right) h\mathrm{d}h = pn\pi r^2.$$

Wielkość ta jest równa sile działającej na pochłaniającą cząstki powierzchnię o polu πr^2 (przypadek b).

257. Oznaczmy objętość lewej części przez V_1, początkową objętość prawej przez V_2, przyrost objętości przez ΔV, temperatury początkowe przez T_1 i T_2, temperatury końcowe przez T_1' i T_2', a odpowiednie liczby moli w poszczególnych częściach przez n_1, n_2, n_1' i n_2'. Ponieważ energia wewnętrzna n moli gazu o temperaturze T jest dana wzorem $U = nC_VT$, a praca przy przesunięciu tłoka – wzorem $W = -p\Delta V$, więc bilans energii ma postać

$$n_1C_VT_1 + n_2C_VT_2 + Q - p\Delta V = n_1'C_VT_1' + n_2'C_VT_2'.$$

Z równania Clapeyrona mamy

$$n_1'T_1' = pV_1/R = n_1T_1, \quad n_2'T_2' = p(V_2+\Delta V)/R = n_2T_2 + p\Delta V/R.$$

W wyniku podstawienia otrzymujemy

$$QR = p\Delta V(R + C_V) = C_p p\Delta V.$$

Równanie to obowiązuje w każdym z przypadków a)-c), zatem ΔV nie zależy od tego, którą część podgrzejemy.
(Bardzo podobne do powyższego było przed trzema laty zadanie 198.)

Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 853. Czy istnieje taki ciąg $\{a_n\}$ liczb naturalnych, że dla każdego n liczba $a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2$ jest kwadratem liczby naturalnej?
Rozwiązanie na str. 17

M 854. Czy istnieje taki nieskończony zbiór liczb naturalnych, że żadna skończona suma liczb z tego zbioru nie jest potęgą liczby naturalnej o wykładniku całkowitym większym niż 1?
Rozwiązanie na str. 17

M 855. Znaleźć 11 kolejnych liczb naturalnych, których suma kwadratów jest kwadratem liczby naturalnej.
Rozwiązanie na str. 11

Przygotował Konrad BANASZEK

F 481. Automatyczny układ do napełniania zbiornika składa się z pływaka, który po podniesieniu się do pewnego poziomu zamyka zawór doprowadzający wodę. Zdarza się, że tuż przed odcięciem dopływu wody cały układ wpada w drgania. Wychyleniu pływaka z położenia równowagi musi więc towarzyszyć powstanie pewnej siły, wymuszającej jego powrót do położenia równowagi. Oszacować częstotliwość drgań przy założeniu, że głównym źrodłem tej siły jest siła wyporu działająca na pływak. Przyjąć masę pływaka $m = 0{,}1$ kg i pole jego przekroju poprzecznego $S = 100\ \mathrm{cm}^2$.
Rozwiązanie na str. 16

F 482. Instalacja nagłaśniająca wydaje czasem buczenie, pochodzące z ponownej rejestracji przez mikrofon dźwięków wyemitowanych przez głośnik. Jaka będzie typowa częstotliwość odgłosów, jesli odległość między tymi urządzeniami wynosi $l = 3$ m?
Rozwiązanie na str. 11