czasopismo dla nauczycieli

MATEMATYKA

Korzystając z gościnnych łamów *Delty*, przedstawiamy *Matematykę* – czasopismo dla nauczycieli szkół podstawowych i średnich. *Matematyka* obchodzi w tym roku 50-lecie – pierwszy numer ukazał się we wrześniu 1948 roku – jest więc dwa razy starsza od *Delty*. Ponieważ jednak *Matematyka* jest dwumiesięcznikiem, na liczbę numerów powinniśmy iść „łeb w łeb". W tym jednak *Delta* bije nas regularnością – *Matematyka* miała trochę numerów „podwójnych", a przez parę lat ukazywała się 5 razy w roku, z przerwą wakacyjną. Jubileuszowy zeszyt wrześniowy ma numer 275.

W ciągu tych 50 lat *Matematykę* redagowało czworo redaktorów naczelnych. Pierwszym z nich, i założycielem pisma, był Bolesław Iwaszkiewicz, znany autor podręczników szkolnych, z których w liceum uczyli się starsi z obecnych redaktorów *Matematyki* (a także *Delty*). Następnymi byli: Witold Janowski, Włodzimierz Waliszewski i do dziś niżej podpisana. W *Matematyce* publikowali m.in. Hugo Steinhaus, Wacław Sierpiński, Zofia Krygowska, Leon Jeśmanowicz, Zdzisław Opial i wielu innych znanych matematyków.

Bolesław Iwaszkiewicz (1902–1989)

Mamy wielu autorów wspólnych z *Deltą*, liczymy na następnych!

Matematyka przeżyła przeprowadzkę z Wrocławia do Warszawy i z powrotem, kilka całkowitych zmian składu redakcji i komitetu redakcyjnego. Każda redakcja miała własną koncepcję pisma – jednak ciągłość jest wyraźnie widoczna. Utrzymał się nawet umowny podział artykułów na działy, do których dodaliśmy tylko Dział Instrumentów Klawiszowych, i od czasu do czasu coś okazjonalnego.

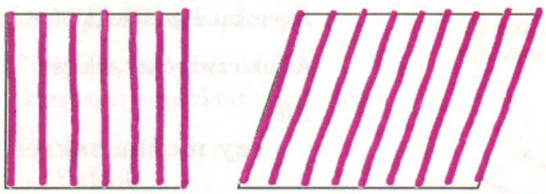
Poniżej prezentujemy kilka tekstów przygotowanych dla *Matematyki* przez jej obecną redakcję, a reprezentujących główne działy pisma.

I jeszcze informacja handlowa: *Matematyki* nie można kupić w kiosku – rozchodzi się ona wyłącznie w prenumeracie. Zamówienie można złożyć m.in. w firmie AMOS, która kolportuje także *Deltę* – nawet na tym samym blankiecie! Cena 1 egzemplarza w 1998 roku wynosi 4,50 zł. Naszym wydawcą są Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne (*primo voto* Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych) i to tam ustalana jest cena. Skład komputerowy, w ścisłej współpracy z redakcją, wykonuje wrocławska firma TORUS.

Agnieszka WOJCIECHOWSKA

Kreskówki

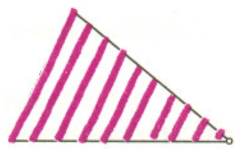
Kwadrat lub równoległobok można zakreskować.



Zakreskować – to znaczy przedstawić jako (nieskończoną) sumę odcinków, z których żadne dwa nie mają punktów wspólnych (rozważamy odcinki wraz z końcami, jak zwykle).

Czy można zakreskować trójkąt?

UWAGA: To nie jest zakreskowanie – pozostał jeden punkt!



Pisał już o tym Hugo Steinhaus w *Kalejdoskopie matematycznym*, WSiP 1989, str. 142.

Kreskówki cd. str. 2

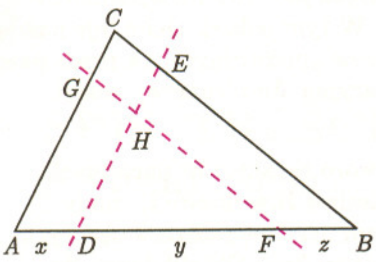
czasopismo dla nauczycieli

MATEMATYKA

Podział trójkąta

W książce M. Karpińskiego i J. Lecha *Geometria dla klasy II*, na str. 32 jest zadanie 93 następującej treści:

Prowadzimy dwie proste równoległe do dwóch boków trójkąta tak, że dzielą one trójkąt na cztery części o równych polach. Znajdź długości odcinków, na które proste te dzielą trzeci bok, jeśli jego długość wynosi 2.



$|AB| = 2$, $P_{\triangle ABC} = S$

ROZWIĄZANIE
Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku. Kluczowa jest tu własność: stosunek pól figur podobnych jest równy kwadratowi skali podobieństwa.

Mamy:

(1) $\triangle DBE \equiv \triangle AFG$,

(2) i oba są podobne do $\triangle ABC$ w skali $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(3) Również $\triangle DFH \sim \triangle ABC$ ze skalą podobieństwa $m = \frac{1}{2}$.

SPOSÓB I
Z podobieństwa (3) mamy $y = \frac{1}{2}|AB| = 1$, a z podobieństwa (2):
$x + y = \frac{1}{\sqrt{2}}|AB| = \sqrt{2}$, stąd $x = \sqrt{2} - 1$, oraz $z = |AB| - (x+y) = 2 - \sqrt{2}$.

Odpowiedź: $x = \sqrt{2} - 1$, $y = 1$, $z = 2 - \sqrt{2}$.

SPOSÓB II
Z podobieństwa (3) mamy $y = \frac{1}{2}|AB| = 1$, a z przystawania (1) wynika, że $x + y = z + y$, zatem $x = z = \frac{1}{2}$.

SPOSÓB III
Z podobieństwa (2): $x + y = \frac{1}{\sqrt{2}}|AB| = \sqrt{2}$, czyli $z = 2 - \sqrt{2}$. Z (1) mamy $x = z$, zatem $y = \sqrt{2} - x = 2\sqrt{2} - 2$.

Każdy sposób jest poprawny i każdy daje inny wynik! Jak to możliwe?!

Trzy rozumowania, startując z tych samych przesłanek, wiodą do sprzecznych odpowiedzi! Jeśli rozumowania są poprawne – a są (są na tyle krótkie, że łatwo je można dokładnie sprawdzić) – to jedyny stąd wniosek, że przesłanki zadania są sprzeczne – nie zachodzi opisana w nich sytuacja.

Powyższy wywód logiczny zapewne nie przekona zbyt wielu uczniów. Zatem rozwiążmy dodatkowo następujące zadanie; pomoże to wyjaśnić powyższą zagadkę.

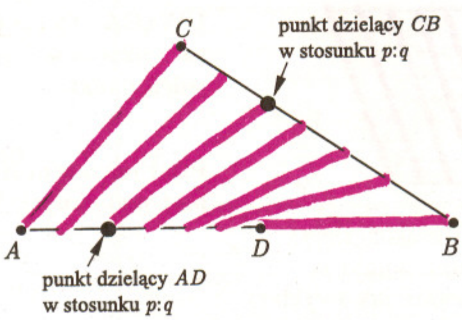
ZADANIE. *W trójkącie o polu S poprowadzono dwie proste równoległe do dwóch boków, z których każda dzieli trójkąt na dwie figury o równych polach. Obliczyć pole równoległoboku, który powstał przy wierzchołku.*

Choć w pierwszej chwili wydaje się to niemożliwe, jednak

trójkąt można zakreskować.

Kreski mają końce na odcinkach AD i CB.

Końce danej kreski dzielą AD i CB (odpowiednio) w tym samym stosunku.



ĆWICZENIE.
Jak można zakreskować pięciokąt i sześciokąt foremny?

A jak czworokąt wklęsły?

Ale

czy można zakreskować koło?

Kreskówki cd. str. 3

Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku i korzystamy z poprzednich wyników:

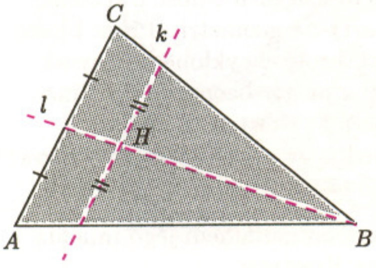
$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma \quad (\text{gdzie } a = |BC|,\ b = |AC|),$$

$$|BE| = \frac{1}{\sqrt{2}}|BC| = \frac{a}{\sqrt{2}} \ \Rightarrow\ |EC| = a\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}},$$

analogicznie

$$|GC| = b\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Pole}_{GHEC} = |EC|\cdot|GC|\cdot\sin\gamma = ab\sin\gamma\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2} = S\cdot(\sqrt{2}-1)^2 \neq \frac{1}{4}S.$$



WNIOSEK: Pola otrzymanych czterech figur są dokładnie określone. Nie istnieje podział, o którym jest mowa w pierwszym zadaniu. Założenie jest fałszywe. A z fałszu może wyniknąć wszystko.

Na koniec zauważmy „coś pozytywnego":
Dla prostej $k \parallel AC$, połowiącej pole trójkąta, można znaleźć taką prostą l (nierównoległą do BC!), że razem dzielą trójkąt ABC na cztery części o równych polach – jest nią prosta zawierająca środkową trójkąta wychodzącą z wierzchołka B (tw. Talesa).

Żadna inna prosta tego warunku nie spełnia!

Jest tak dlatego, że dla każdej innej prostej l', jeśli nie przechodzi ona przez H, to któryś z czterech obszarów, jakie powstały dzięki k i l, jest zawarty (istotnie) w jednej z części podziału wyznaczonego przez k i l'. Jeśli natomiast l' przechodzi przez H, to odcina od któregoś z „kawałków" część o polu mniejszym niż $\frac{1}{4}S$.
Co więcej: jeżeli jakaś para prostych k, l (już nie ma mowy o równoległości) rozcina trójkąt na 4 części o równych polach, to każda z nich wyznacza tę drugą jednoznacznie. (Dowód jest ten sam!). Ponadto: to, że wyjściowa figura jest trójkątem, nie jest tu istotne – wystarczy założyć, że jest wypukła.

Tak się rodzą ogólne twierdzenia.

A czy dla każdej prostej k połowiącej trójkąt można znaleźć taką prostą l, by razem podzieliły trójkąt na 4 równe części? TAK – dotarliśmy do znanego twierdzenia „o kanapkach"*).

Olga STANDE

*) Porównaj R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka*, rozdz. VI §6.1 PWN, Warszawa 1959 oraz M. Szurek, *Opowieści geometryczne*, WSiP, Warszawa 1995, rozdz. 12.5.

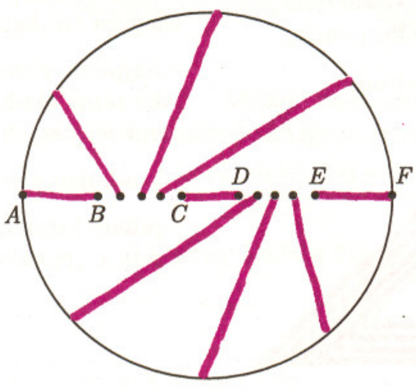
Zadziwiające,
koło można zakreskować!

Na ustalonej średnicy rysujemy trzy kreski: AB, CD, EF (patrz rysunek) i

– punkty odcinka BC (bez końców) łączymy kreskami z punktami górnego półokręgu,

natomiast

– punkty odcinka DE (bez końców) łączymy kreskami z punktami dolnego półokręgu.



Ale

czy można zakreskować trójkąt bez brzegu?

a wnętrze koła?

UWAGA: Kreski – tak jak poprzednio – powinny być z końcami!

Kreskówki cd. str. 4

czasopismo dla nauczycieli
MATEMATYKA

Witelo (1230?–1314?)

„Pierwszy, który nauką swoją imię Polski rozsławił wśród obcych”

O sobie pisał „**Witelo, syn Turyngów i Polaków**”. W innym miejscu (patrz sąsiednia strona) Polskę nazywa swoją ojczyzną. O jego życiu wiemy niewiele. Urodził się około roku 1230 na Śląsku. Jego dzieciństwo przypadło na okres najazdu tatarskiego na Polskę. 9 kwietnia 1241 roku, w czasie bitwy pod Legnicą, był prawdopodobnie w tym mieście. Tam otrzymał początkowe wykształcenie w szkole trywialnej przy kościele św. Piotra. Na studia wyjechał do Paryża. Jako magister *artium* (sztuk wyzwolonych) powrócił na Śląsk. Zatrzymał się najpierw we Lwówku, później w Legnicy, w końcu znalazł się we Wrocławiu na dworze Henryka III, jako nauczyciel księcia Władysława, najmłodszego z synów Henryka Pobożnego.

W 1262 roku wraz z nim wyjechał do Padwy, gdzie studiował przez 6 lat. Tam prawdopodobnie zaczął przeprowadzać swoje doświadczenia optyczne.

Od roku 1268 Witelo przebywał na dworze papieskim w Rzymie. Bardzo ważne okazało się spotkanie i przyjaźń z Wilhelmem z Moerbecke – filozofem, matematykiem, który współpracując ze św. Tomaszem z Akwinu, tłumaczył z greckich oryginałów na łacinę dzieła Arystotelesa. Na prośbę Witelona tłumaczył też matematyczne prace Archimedesa, Eudoksosa, Apoloniusza, Herona i Ptolemeusza. Poznanie ponadto dzieł matematyków arabskich stawia Witelona w rzędzie najlepiej wykształconych matematyków średniowiecza.

W latach 1270–1278 napisał *Perspektywę* – traktat, obejmujący w dziesięciu księgach całość ówczesnej wiedzy optycznej, oparty na geometrii. Przez blisko 400 lat dzieło to pełniło rolę encyklopedii zjawisk świetlnych. Korzystali z niego: Leonardo da Vinci, Regiomontanus, Kopernik, Newton, a jeszcze w 1604 roku Kepler jedną ze swoich prac zatytułował *Dopełnienie do Witelona*.

Zasługi Witelona uczczono nadaniem jego imienia jednemu z kraterów na Księżycu.

Wiadomo, że Witelo napisał jeszcze co najmniej siedem prac, w tym *Wnioski z Elementów Euklidesa*. Rękopisy te jednak dotychczas nie zostały odszukane.

Schyłek życia Witelona jest mało znany. Prawdopodobnie wrócił do Polski i uczył w „swojej” szkole w Legnicy. Uzasadniałby to fakt nadania, przez biskupa wrocławskiego Henryka w roku 1309, szkole parafii św. Piotra w Legnicy prawa nauczania nie tylko gramatyki, ale także logiki i filozofii naturalnej (Arystotelesa).

Krystyna WUCZYŃSKA

Wnętrze trójkąta można zakreskować

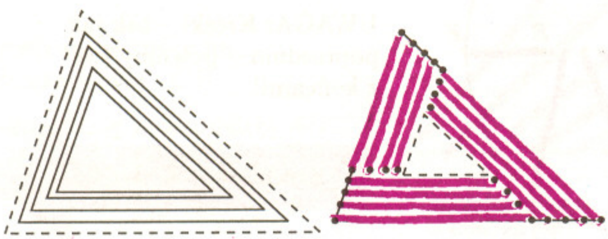
By to zobaczyć, przedstawmy najpierw

– wnętrze trójkąta jako sumę nieskończenie wielu coraz to większych trójkątów;

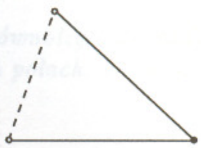
– zakreskujmy centralny mały trójkąt (według poprzedniego schematu);

– każdy z „trójkątnych pierścieni” bez wewnętrznej części brzegu zakreskujmy jak na rysunku poniżej.

W ten sposób całe wnętrze trójkąta zostanie zakreskowane.

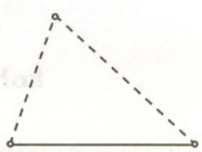


Można też zakreskować trójkąt bez jednego boku.



Wystarczy pominąć jedną kreskę przy kreskowaniu całego trójkąta.

Można też zakreskować trójkąt bez dwóch boków.

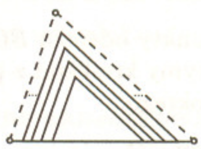


Podobnie jak przy kreskowaniu wnętrza trójkąta:

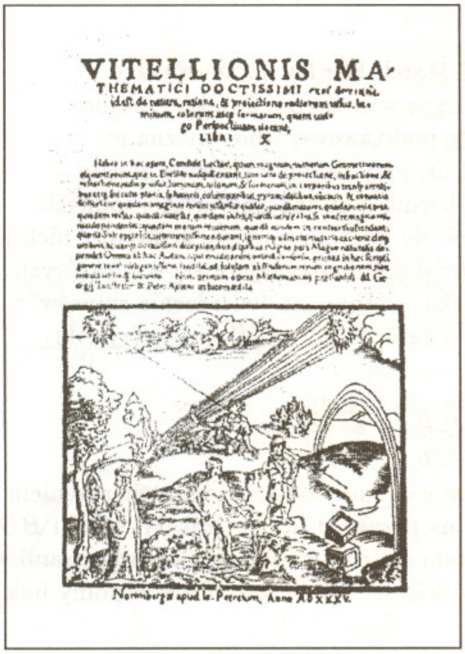
– najpierw przedstawiamy trójkąt jako sumę nieskończenie wielu coraz większych trójkątów;

– kreskujemy centralny trójkąt;

– potem kreskujemy oddzielnie każdy z „pasków”.



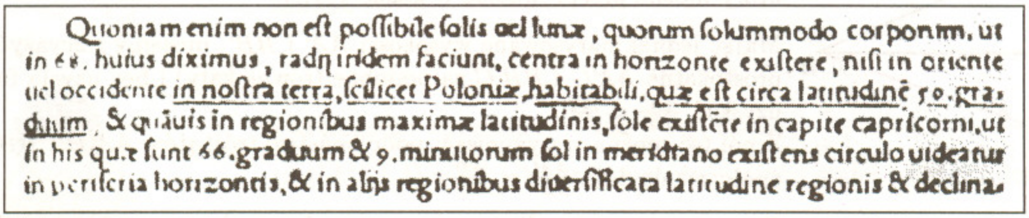
Kreskówki cd. str. 5


VITELLIONIS MATHEMATICI DOCTISSIMI
LIBRI X
Norembergae apud Io. Petreium, Anno MDXXXV.

Karta tytułowa I wydania *Perspektywy* z roku 1535.


VITELLONIS THVRINGOPOLONI OPTICAE LIBRI DECEM.
A
FEDERICO RISNERO.
BASILEAE.

Karta tytułowa III wydania *Perspektywy* z roku 1572.


Quoniam enim non est possibile solis ad lunæ, quorum solummodo corporum, ut in 68. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente in nostra terra, scilicet Poloniæ habitabili, quæ est circa latitudinē 50. graduum, & quāuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existēte in capite capricorni, ut in his quæ sunt 66. graduum & 9. minutorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declina-

Fragment tekstu *Perspektywy*. Podkreślone słowa
„. . . w naszej ziemi, to jest w Polsce, kraju zamieszkałym, leżącym na szerokości około 50 stopnia. . . ”.

Wnętrze koła, jak również

wnętrze dowolnej figury można zakreskować.

By to zobaczyć, należy wnętrze figury* przedstawić jako sumę nieskończenie wielu coraz większych „wieloboków” (być może z „dziurami”).

Wnętrze figury jest takim „nieskończonym wielobokiem”.

Dzielimy go na trójkąty.

Pierwszy z trójkątów kreskujemy (cały); następny, być może, przylega bokiem, wierzchołkiem, dwoma lub trzema bokami do wcześniej zakreskowanych – zatem kreskujemy go według jednego z wcześniej opisanych schematów.

I tak „w nieskończoność”.

Można też zakreskować dowolną ograniczoną figurę wypukłą wraz z jej brzegiem.

(Zmodyfikuj pomysł kreskowania koła.)

Ale

czy każdą figurę można zakreskować?

Kreskówki cd. str. 6

*Mieszkańcy wysp (np. Kanaryjskich) muszą zająć się oddzielnie każdą ze swych wysp.

czasopismo dla nauczycieli
MATEMATYKA

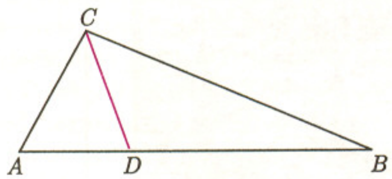
Dwusieczne w szkole?

W *Małej Delcie* z numeru 12/1997 Marek Kordos ubolewa nad tym, że uogólnienia twierdzenia o kącie wpisanym i środkowym nie znalazły się w podręcznikach szkoły podstawowej, choć można je ładnie i elementarnie udowodnić. Cóż, przy takim wymiarze godzin matematyki, jaki mamy w szkole obecnie, jest znacznie więcej ładnych i elementarnych twierdzeń, na które nie ma tam miejsca. Jednym z nich jest twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie, pojawiające się w niektórych podręcznikach dla szkół średnich jako zadanie „na twierdzenie sinusów”:

jeśli CD jest dwusieczną kąta ACB, to $\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{BC}$ (rys. 1),

z następującym rozwiązaniem:

$$\frac{AD}{BD}=\frac{\frac{AD}{\sin\angle ACD}}{\frac{BD}{\sin\angle BCD}}=\frac{\frac{AC}{\sin\angle ADC}}{\frac{BC}{\sin\angle BDC}}=\frac{AC}{BC}.$$

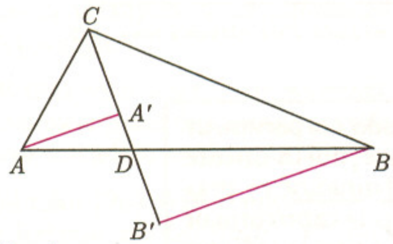


Rys. 1

Jeśli jednak – jak w szkole podstawowej – nie dysponujemy twierdzeniem sinusów, to musimy coś zauważyć, na przykład to, że trójkąty ADC i BDC mają wspólną wysokość, a więc stosunek ich podstaw jest równy stosunkowi ich pól, ten zaś z kolei – stosunkowi wysokości opuszczonych na wspólny bok CD (rys. 2). Daje to dowód

$$\frac{AD}{BD}=\frac{P_{\Delta ADC}}{P_{\Delta BDC}}=\frac{AA'}{BB'}=\frac{AC\sin\angle ACD}{BC\sin\angle BCD}=\frac{AC}{BC},$$

który można przeprowadzić w klasie VIII.



Rys. 2

Mając jednak narysowane wysokości AA' i BB', możemy zauważyć, że trójkąty prostokątne $AA'C$ i $BB'C$ są podobne (równe kąty) i bez użycia funkcji sinus uzyskać $\frac{AA'}{BB'}=\frac{AC}{BC}$.

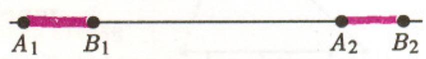
Z pól też można zrezygnować: podobieństwo trójkątów $AA'D$ i $BB'D$ analogicznie daje $\frac{AA'}{BB'}=\frac{AD}{BD}$.

Tym sposobem umożliwiamy przeprowadzenie dowodu w klasie VII.

Oczywiście, okręgu nie można zakreskować; również

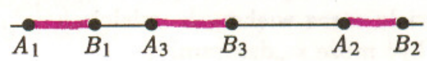
nie można zakreskować prostej.

Przypuśćmy, że jest pewien sposób zakreskowania prostej.



Niech A_1B_1, A_2B_2 będą dwiema kreskami (możemy przyjąć, że nazwy są tak dobrane, że A_i to lewe końce, oraz że A_1B_1 leży cały na lewo od A_2B_2).

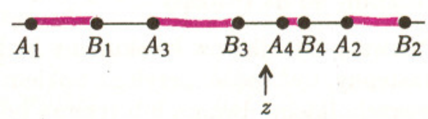
Punkt pośrodku odstępu pomiędzy nimi „przykryty” jest też jakąś kreską – nazwijmy ją A_3B_3



(kreska A_3B_3 leży cała w odstępie pomiędzy A_1B_1 a A_2B_2).

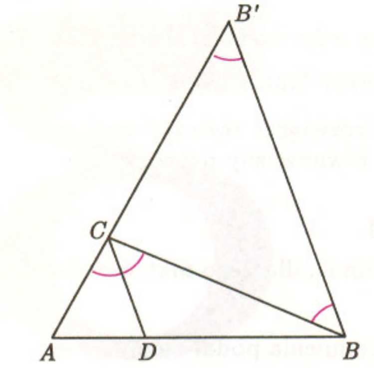
Również punkt pośrodku odstępu pomiędzy A_2B_2 a A_3B_3 jest „przykryty” – przez kreskę, którą nazwiemy A_4B_4.

Podobnie punkt pośrodku odstępu pomiędzy A_3B_3 i A_4B_4, i tak dalej.

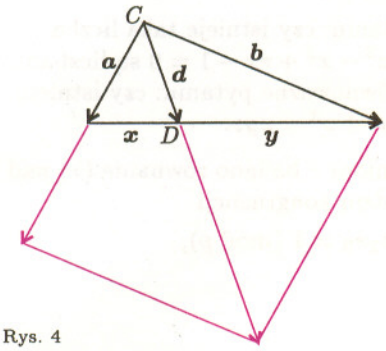


Prawe końce kresek nieparzystych, punkty $B_1, B_3, B_5, \ldots$, leżą coraz bardziej na prawo, ale stale na lewo od punktów $A_2, A_4, A_6, \ldots$. Ciągi punktów $B_1, B_3, B_5, \ldots$ oraz $A_2, A_4, A_6, \ldots$ skupiają się wokół pewnego punktu z. Punkt z nie może należeć do żadnej kreski (bo wnętrze kreski oddziela każdy ze swoich punktów wewnętrznych od końców innych kresek, a swój koniec oddziela z jednej strony od innych końców).

Kreskówki cd. str. 7



Rys. 3



Rys. 4

W tej samej klasie możemy zrobić to inaczej, zamiast z podobieństwa korzystając bezpośrednio z twierdzenia Talesa. Mianowicie przedłużamy bok AC o odcinek równy BC. Trójkąt $BB'C$ jest równoramienny, kąt ACB jest jego kątem zewnętrznym, a więc cztery kąty, oznaczone na rysunku 3 kolorem, są równe – proste CD i BB' są równoległe.

Niestety, nie widać sposobu udowodnienia omawianego twierdzenia w klasie VI, gdy uczniowie nie znają jeszcze twierdzenia Talesa. Ale – dla skompletowania kolekcji – można jeszcze pomyśleć o dowodzie rachunkowym (analitycznym) oraz wektorowym. Ten pierwszy odłóżmy na bok, drugi wyszedł mi dość skomplikowany – może ktoś pomoże znaleźć coś prostszego?

Niech $k = |\boldsymbol{b}| : |\boldsymbol{a}|$. Wydłużając k-krotnie wektor $\boldsymbol{a}$, otrzymujemy romb, na którego przekątnej leży punkt D (rys. 4). Przekątna (traktowana jako wektor) jest równa $k\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$). Wektory $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d} - \boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{d}$ są współliniowe, mamy więc $\boldsymbol{y} = t\boldsymbol{x}$ dla pewnej stałej dodatniej t. Teza dowodzonego twierdzenia oznacza, że $t = k$, a to wynika z następujących rachunków (Czytelnik zechce zinterpretować znaczenie pomocniczego parametru l):

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} - lk\boldsymbol{a} - l\boldsymbol{b} = t\boldsymbol{x} = t(lk\boldsymbol{a} + l\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}),$$

czyli

$$(1 - l)\boldsymbol{b} - lk\boldsymbol{a} = tl\boldsymbol{b} + t(lk - 1)\boldsymbol{a}.$$

Ponieważ wektory $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{b}$ są liniowo niezależne, więc otrzymujemy stąd układ równań

$$\begin{cases} 1 - l &= tl \\ lk &= t(1 - lk), \end{cases}$$

z którego po wyliczeniu, że $l = \dfrac{1}{t+1}$, mamy $\dfrac{k}{t+1} = t\left(1 - \dfrac{k}{t+1}\right)$, czyli $k(t+1) = t(t+1)$, co wobec dodatniości stałej t kończy dowód.

Agnieszka WOJCIECHOWSKA

Tylko dla dorosłych

Poniższe twierdzenia (każde z osobna) uzasadniają, że kreskując trójkąt, koło czy pewien obszar na płaszczyźnie, musimy użyć nieprzeliczalnie wielu odcinków.

TWIERDZENIE (Baire)
W przestrzeni zupełnej X suma przeliczalnie wielu zbiorów nigdziegęstych jest zbiorem brzegowym (w szczególności suma ta nie jest całym zbiorem X).

TWIERDZENIE (Sierpiński)
Żadne continuum nie jest sumą przeliczalnie wielu parami rozłącznych zbiorów domkniętych ($\neq \emptyset$). (Oczywiście, chodzi o sumę co najmniej dwóch zbiorów.)

ĆWICZENIE. Jak zastosować Twierdzenie Sierpińskiego do obszaru na płaszczyźnie (brak zwartości!)?

Jednak te twierdzenia nie rozstrzygają, czy potrzeba aż continuum odcinków do zakreskowania tych figur.

ĆWICZENIE. Pokazać, że kreskując obszar płaszczyzny, musimy użyć continuum odcinków.
(PODPOWIEDŹ: Zmodyfikować argumentację ze strony 6.)

Z problemem kreskowania wiąże się następujące

TWIERDZENIE (Moore)
Każda rodzina parami rozłącznych triodów na płaszczyźnie jest przeliczalna.
(Triod to homeomorficzny obraz przestrzeni zwartej w kształcie litery Y – sumy trzech odcinków o wspólnym jednym końcu.)

Zatem nie można „zatriodować" ani trójkąta, ani koła, ani żadnego obszaru płaszczyzny (triod jest, oczywiście, nigdziegęstym podzbiorem każdej z tych figur).

Ale

czy można „zatriodować" sześcian, czworościan lub kulę?

Kreskówki przygotował
Krzysztof OMILJANOWSKI