Kierunek tej prędkości, wobec braku bocznego poślizgu, jest kierunkiem osi podłużnej tej przyczepki, a zatem znamy położenie $k$-tej przyczepki. Znajomość długości dyszla (odległości środków przyczepek) wyznacza teraz położenie środka przyczepki poprzedzającej.

Rozpoczynając od funkcji czasu $x_n(t)$ i $y_n(t)$ określających położenie środka ostatniej przyczepki, wiemy, że określają one jednoznacznie położenie środka (w czasie) $(n-1)$-szej przyczepki, te z kolei poprzedniej i tak dalej. Dochodzimy do tego, że położenia wszystkich przyczepek, łącznie z samochodem, są określone przez współrzędne ostatniej przyczepki, jako funkcje czasu.

Żeby doprecyzować matematycznie nasze rozumowanie, wystarczy założyć, że współrzędne $(x_k, y_k)$ środka $k$-tej przyczepki są gładkimi (tzn. różniczkowalnymi dowolnie wiele razy) funkcjami czasu i środek ten jest w ruchu. Musimy to założyć dlatego, że przy przechodzeniu do przyczepki poprzedzającej używaliśmy kierunku prędkości, a więc różniczkowaliśmy współrzędne odpowiedniej przyczepki. Dodatkowo kierunek tej prędkości był jednoznacznie określony jedynie przy prędkości niezerowej.

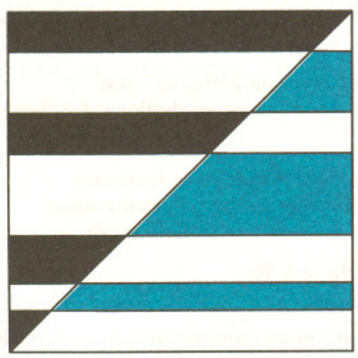
Jako ostatnią uwagę podajemy następującą własność naszego układu, która jest związana z poprzednio opisanymi własnościami.

*Współrzędne środka $(x_n(t), y_n(t))$ ostatniej przyczepki mogą kreślić dowolną krzywą gładką na płaszczyźnie. Dodatkowo, jeśli określona przez nie prędkość nie znika, to współrzędne te, jako funkcje czasu, określają jednoznacznie położenie całego pociągu jako funkcję czasu.*

Wyjaśnienie tej pozornie paradoksalnej własności leży w tym, że do wyznaczenia położenia środka poprzedzającej przyczepki używamy położenia i prędkości następnej, do położenia jeszcze wcześniejszej używamy położenia, prędkości i przyśpieszenia, itd.

# Zadania

*Redaguje Łukasz WIECHECKI*




**M 850.** Pionowy bok $AB$ kwadratu $ABCD$ został podzielony na $n$ odcinków w ten sposób, że suma długości odcinków z parzystymi numerami jest równa sumie długości odcinków z nieparzystymi numerami. Przez punkty podziału poprowadzono proste poziome, uzyskując $n$ prostokątów, z których każdy jest rozcinany przez przekątną $BD$ na dwie części: lewą i prawą (rys.). Wykazać, że suma pól lewych części prostokątów o numerach nieparzystych jest równa sumie pól prawych części prostokątów o numerach parzystych.
Rozwiązanie na str. 5

**M 851.** Punkty $M$ i $N$ leżą na bokach, odpowiednio, $BC$ i $CD$ kwadratu $ABCD$. Oznaczmy przez $P$, $Q$, $R$ przecięcia odcinków, odpowiednio, $AM$ i $BN$, $BN$ i $MD$, $MD$ i $AN$. Wykazać, że

$$S_{APQR} = S_{BMP} + S_{MCNQ} + S_{RND}.$$

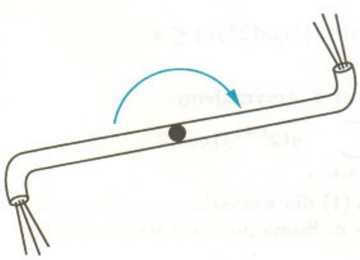
Rozwiązanie na str. 5

**M 852.** Żadne dwa boki wypukłego $n$-kąta $T$ nie są równoległe. Wykazać, że dla każdego punktu $O$ wewnątrz $T$ istnieje co najwyżej $n$ prostych przechodzących przez $O$, z których każda rozcina $T$ na dwie części o równych polach.
Rozwiązanie na str. 9

W zadaniach i ich rozwiązaniach przyjęto oznaczenie $S_{A_1 \ldots A_n}$ dla pola wielokąta $A_1 \ldots A_n$.

*Redaguje Ewa CZUCHRY*

**F 479.** Proste urządzenie do podlewania ogrodu składa się z rurki o długości $l = 40$ cm i średnicy $d = 5$ mm z zagiętymi prostopadle końcami. Rurka może się obracać w płaszczyźnie poziomej wokół swojej osi symetrii, przy czym moment sił tarcia jest wprost proporcjonalny do prędkości kątowej rurki, ze współczynnikiem proporcjonalności $\alpha = 5$ kg m$^3$/s. Do rurki doprowadzamy wodę w ilości $w = 0{,}2$ dm$^3$/s. Z jaką prędkością kątową będzie obracać się urządzenie?
Rozwiązanie na str. 5



**F 480.** Oszacować zasięg zraszania ogrodu przez urządzenie opisane w poprzednim zadaniu, jeśli znajduje się ono na wysokości $h = 1$ m nad powierzchnią ziemi.
Rozwiązanie na str. 5