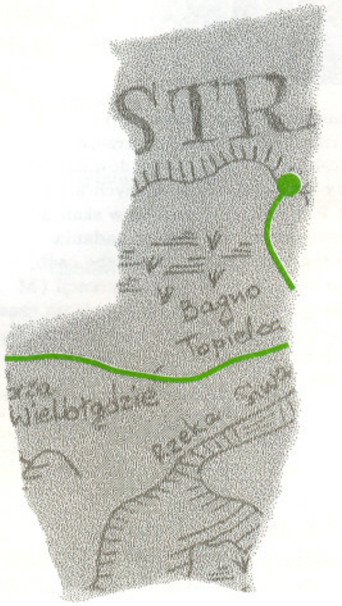
Dla danych punktów z_0 i z_1 w Z szukamy optymalnego sterowania (tzn. kąta żaglówki w stosunku do wiatru jako funkcji czasu), które przeprowadzi łódkę z położenia z_0 do z_1.

Proponujemy Czytelnikowi rozwiązanie dwu elementarnych zadań dla uczestników regat żeglarskich.



Zadanie 1. Oznaczmy przez Φ^+_{opt} oraz Φ^-_{opt} kąty, przy których rzut prędkości łódki na kierunek „prosto pod wiatr" jest maksymalny (rys. 1b). Pokaż, że jeśli meta (punkt z_1) leży w martwym kącie, gdy patrzymy z punktu startu z_0, to dowolne sterowanie, które stosuje naprzemiennie kąty Φ^+_{opt} oraz Φ^-_{opt} i przeprowadza łódkę z położenia z_0 w z_1, przeprowadza ją w minimalnym czasie, niezależnym od wybranej drogi.

Zadanie 2. Znajdź sterowanie minimalno-czasowe przeprowadzające łódkę z punktu startu S do mety M na akwenie przedstawionym na rysunku 2.

Czytelnik, który kiedykolwiek obserwował regaty bojerowe, zauważył zapewne ze zdziwieniem, że bojery halsują również wtedy, gdy poruszają się z wiatrem. Wynika to z tego, że charakterystyka prędkości bojera w zależności od kąta do wiatru ma zaklęśnięcie do wewnątrz również w kierunku „z wiatrem", jak na rysunku 1c. Sternik bojera maksymalizuje więc rzut prędkości na kierunek „dokładnie z wiatrem", wybierając jeden z kierunków Ψ^+_{opt} oraz Ψ^-_{opt}.

Z analizy tych przykładów możemy wysnuć ogólny wniosek. Zjawisko halsowania, tzn. kolejnej zmiany kierunków prędkości między skończoną ich liczbą (równą 2 w przestrzeni o wymiarze 2) występuje wtedy, gdy zbiór prędkości nie jest wypukły.

Artykułu o samochodzie z przyczepkami szukajcie w *Delcie* 7/1998.

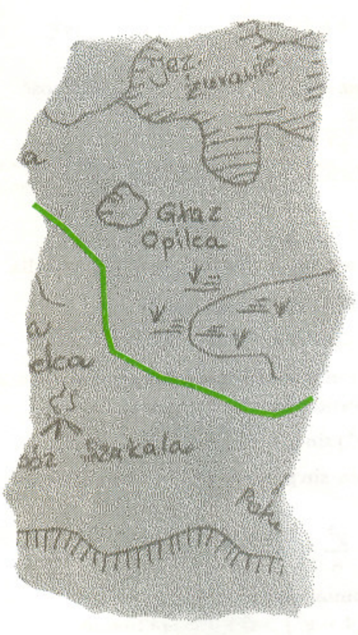
W następnym artykule opiszemy model matematyczny i niektóre problemy sterowania dla samochodu z przyczepkami.

Zadania

Redaguje Łukasz WIECHECKI

M 844. Na każdej z $n > 2$ planet jest astronom, który obserwuje najbliższą planetę. Zakładając, że n jest liczbą nieparzystą, a odległości między planetami są parami różne, dowieść, że istnieje planeta nieobserwowana.
Rozwiązanie na str. 5

M 845. Dowieść, że spośród n-kątów opisanych na danym kole, n-kąt foremny ma najmniejsze pole.
Rozwiązanie na str. 6



M 846 (Problem Fagnano). Dany jest trójkąt ostrokątny SLD. Wśród takich trójkątów ROP, że $R \in SL$, $O \in LD$, $P \in DS$ znaleźć trójkąt o minimalnym obwodzie.
Rozwiązanie na str. 4

Przygotował Stanisław BAŻAŃSKI

F 475. Źródło światła znajduje się w punkcie Z o współrzędnych $(0, a)$, przy czym wymiar przestrzeni w kierunku prostopadłym do płaszczyzny wyznaczonej przez promień padający i załamany został zaniedbany. Posługując się warunkiem koniecznym wynikającym z zasady Fermata, że w przybliżeniu optyki geometrycznej promień światła rozchodzi się po drodze o najkrótszym czasie przebiegu, określić, w jakim kierunku należy wysłać światło, żeby dotarło do punktu E ekranu o współrzędnych $(d, -b)$, zakładając, iż w ośrodku w półpłaszczyźnie $y > 0$ światło rozchodzi się z prędkością v_1, a dla $y < 0$ prędkość ta jest równa v_2. Wyprowadzić stąd prawo Snelliusa.
Rozwiązanie na str. 4

F 476. W sytuacji opisanej w zadaniu **F 475** wykazać, stosując rozumowanie geometryczne, że czas przebiegu światła od Z do E wzdłuż drogi rzeczywistej, spełniającej prawo Snelliusa, jest mniejszy niż wzdłuż dowolnej innej hipotetycznej drogi łączącej te punkty, składającej się z dwóch odcinków ze wspólnym punktem na granicy ośrodków.
Rozwiązanie na str. 3