

PISMA
MARJANA SMOLUCHOWSKIEGO

WYDAWE Z POZACZKA
POLSKIEJ AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI

OEUVRÉS
DE MARIE SMOLUCHOWSKI

PUBLIÉS DANS LES ANNUAIRES DE
L'ACADÉMIE POLONAISE
DES SCIENCES ET DES LETTRES

TOM DRUGI - TOME DEUXIÈME

CRACOVIE
ACADÉMIE POLONAISE DES
SCIENCES ET DES LETTRES

PARIS
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE
CH. BÉLANGER

Siła argumentów

Prace Mariana Smoluchowskiego są wciąż cytowane i to bardzo często. Nie można tego powiedzieć o pracach wielu uczonych żyjących na przełomie XIX i XX wieku, nawet tych największych. Jedną z przyczyn jest zapewne fakt, że prace Smoluchowskiego są świetnie napisane, a argumentacja w nich użyta jest miejscami mistrzowska. Nie potrzeba czytać opracowań historyków nauki, wystarczy sięgnąć po oryginały. Przytoczymy przykład ilustrujący klasę Smoluchowskiego.

Może wydawać się dziwne, że tak długo fizycy nie mogli poradzić sobie z wyjaśnieniem przyczyn ruchów Browna, pomimo że stosunkowo wcześniej wysunięto hipotezę, iż ruchy te spowodowane są przez zderzenia atomów ośrodka z cząstką zawiesiny. Przyczyna tkwiła w „zdroworozsądkowym” mniemaniu, że im więcej elementów, większa populacja itp., tym układ jest bardziej jednorodny, tym trudniej zaobserwować odchylenia od wartości średnich. W przypadku ruchów Browna zostało to *explicite* sformułowane przez botanika Karla Naegelię w 1879 roku. Korzystając z danych o rozmiarach atomów wyliczył on przeciętną prędkość, jaką może uzyskać ziarenko zawiesiny na skutek zderzenia z jedną molekułą cieczy. Wyszła mu bardzo mała liczba, rzędu jednej tysięcznej $\mu\text{m/s}$. Takiego efektu nie da się w żaden sposób zaobserwować pod mikroskopem. I jest to prawda. Ale Naegeli idzie dalej i stwierdza, że ziarenko bombardowane jest przez molekuly cieczy ze wszystkich stron z ogromną częstotliwością (średnio 10^{20} razy na sekundę). Jeżeli nawet zostało poruszone w jedną stronę, to natychmiast zostanie zatrzymane na skutek uderzenia z drugiej strony. Smoluchowski pierwszy zrozumiał niesłuszność tego typu rozumowania. Oto fragment z pracy z 1906 roku odnoszący się do argumentu Naegelięgo.

Jest to taki sam błąd rozumowania, jak gdyby człowiek uprawiający hazardową grę (np. rzucanie kostki) sądził, że nigdy większej straty ani też większego zysku mieć nie będzie, niż wynosi stawka na jeden rzut. Wiemy dobrze, że szczęście i nieszczęście zwykle niezupełnie się równoważą; że im dłużej gra trwa, tym większa jest przeciętna suma albo wygrana, albo stracona. Pouczające jest obliczenie tego przykładu, w założeniu równego prawdopodobieństwa korzystnych i niekorzystnych rzutów. Rozważając wszystkie możliwe kombinacje, łatwo sprawdzić, że prawdopodobieństwo otrzymania m korzystnych, $n - m$ niekorzystnych, to znaczy otrzymania ostatecznej nadwyżki $(2m - n)$, wynosi:

$$\frac{n!}{2^n m! (n - m)!}$$

Stąd znajdujemy wartość przeciętnego zboczenia w jedną lub drugą stronę:

$$\nu = 2 \sum_{m=\frac{n}{2}}^n \frac{2m - n}{2^n} \binom{n}{m},$$

jeżeli dla uproszczenia liczbę n przyjmiemy za parzystą. Wyrażenie to można przekształcić przez zastosowanie twierdzenia dwumianowego w formę dogodniejszą:

$$\nu = \frac{n}{2^n} \binom{n}{n/2},$$

która dla dużych liczb n przechodzi w

$$\nu = \sqrt{\frac{2n}{\pi}}$$

Smoluchowski wyciąga na podstawie tego wyniku wniosek, że dla ziarenka pozostanie zatem dodatni lub ujemny nadmiar blisko 10^{10} uderzeń na sekundę. Ziarenko jednak się poruszy!