Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1997.

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 1998

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 337 (WT=1,53) i 338 (WT=1,97)
z numeru 3/1997

Jerzy Witkowski	– Radlin	45,50
Jarosław Łazuka	– Warszawa	44,09
Marcin Kasperski	– Warszawa	41,31
Przemysław Gadziński	– Środa Śl.	36,81
Tomasz Rawlik	– Braunschweig	36,80

Pan Witkowski po raz drugi, a pan Łazuka po raz pierwszy przekracza próg czterdziestu czterech punktów.

Zadania z matematyki nr 349, 350

Redaguje Marcin E. KUCZMA

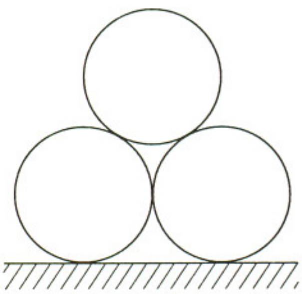
349. Wyznaczyć największą liczbę naturalną n, dla której istnieje ciąg liczb naturalnych $x_0, x_1, \ldots, x_n$ o własnościach:

$$x_i > 2 \quad \text{dla } i = 0, 1, \ldots, n-1; \qquad x_n = 2;$$

x_{i+1} jest najmniejszą liczbą naturalną nie będącą dzielnikiem liczby x_i.

350. W trójkącie ostrokątnym ABC, który nie jest równoboczny, poprowadzono wysokości AD, BE, CF. Punkty G_A, G_B, G_C są (odpowiednio) środkami ciężkości trójkątów EAF, FBD, DCE, a punkty O_A, O_B, O_C są środkami okręgów opisanych na tych trójkątach. Udowodnić, że proste O_AG_A, O_BG_B, O_CG_C (czyli *proste Eulera* tych trzech trójkątów) przecinają się w jednym punkcie.

Zadanie 350 zaproponował pan Lesław Skrzypek z Rzeszowa.



Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 237 (WT=2,20) i 238 (WT=1,50)
z numeru 4/1997

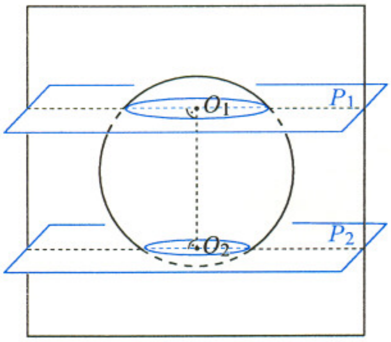
Przemysław Gadziński	– Środa Śl.	36,12
Jarosław Łazuka	– Warszawa	18,61
Andrzej Nowogrodzki	– Chocianów	15,15
Andrzej Idzik	– Bolesławiec	11,49

Zadania z fizyki nr 246, 247

Redaguje Jerzy B. BROJAN

246. Trzy jednakowe jednorodne walce ułożono równolegle w „piramidę" na poziomym stole tak, że ich środki utworzyły trójkąt równoboczny. Jakie warunki muszą spełniać: współczynnik tarcia μ_1 górnego walca o dolne oraz współczynnik tarcia μ_2 między walcami a stołem, aby takie ustawienie było możliwe? Dla uproszczenia pominąć wzajemne oddziaływanie między dolnymi walcami.

247. Transformator składa się z trzech uzwojeń osadzonych na wspólnym rdzeniu (zamiast – jak zwykle – dwóch). Do pierwszego uzwojenia o n_1 zwojach przyłożono napięcie przemienne o amplitudzie U_1 i częstości ω, do drugiego uzwojenia o n_2 zwojach przyłączono cewkę o indukcyjności L, a do trzeciego uzwojenia o n_3 zwojach – kondensator o pojemności C. Wyznaczyć amplitudę natężenia prądu płynącego przez pierwsze uzwojenie. Przy jakich wartościach parametrów obserwujemy rezonans? Obowiązują standardowe założenia charakteryzujące transformator doskonały – pomijamy straty energii, zakładamy, że przez każdy zwój przechodzi jednakowy strumień pola oraz przyjmujemy, że impedancja uzwojeń jest znacznie większa od impedancji kondensatora i przyłączonej cewki.



Rozwiązanie zadania M 826.

Załóżmy, że K nie jest zbiorem pustym. Wówczas przekroje zbioru K pewnymi dwiema różnymi równoległymi płaszczyznami P_1 i P_2 będą kołami otwartymi o środkach O_1 i O_2, odpowiednio. Rozważając przekrój płaszczyzną przechodzącą przez punkty O_1 i O_2, a zarazem prostopadłą do P_1 zauważamy, że odcinek $\overline{O_1O_2}$ jest prostopadły do płaszczyzny P_1 (rysunek), bo prosta łącząca środki dwóch równoległych cięciw koła musi być do nich prostopadła. Podobnie, rozważając jako P_2 wszystkie płaszczyzny równoległe do P_1 i mające punkty wspólne z figurą K, stwierdzamy, że prosta przechodząca przez O_1 i prostopadła do P_1 jest osią symetrii obrotowej figury K. Rozważenie przekroju dowolną płaszczyzną zawierającą tę oś kończy dowód. Następujące pytanie Rafała Latały nadaje się, być może, na temat pracy na Konkurs *Delty*: jeśli każdy przekrój płaski figury K jest pusty lub jest sumą skończonej liczby kół otwartych, to czy wynika stąd, że K jest zbiorem pustym lub sumą skończonej liczby kul otwartych?