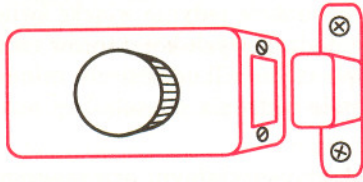


Zamek w drzwiach

Zapewne wielu Czytelników *Delty* ma przy drzwiach zamek typu podobnego do przedstawionego na rysunku.



Zamek ten demonstruje zastosowania mechaniczne wszystkich możliwych krzywych, które ślizgają się po sobie. Są to: **prosta**, **okrąg** i **linia śrubowa**. Prosta reprezentuje rygiel wsuwający i wysuwający się z zamka. Okrąg to obracanie się zarówno klucza, jak i gałki pozwalającej od wewnątrz zamknąć drzwi. Linia śrubowa to śruby mocujące obudowę zamka i ich nakrętki (wkręty do drewna już nie – one specjalnie mają się zaprzeć w drewnie). Każdy z nas zna wszystkie te trzy sytuacje. Ale nie każdy wie, że **innych krzywych ślizgających się po sobie nie ma**. Jest to konsekwencja bardzo ważnego rezultatu geometrii różniczkowej – twierdzenia Freneta–Serreta. Dlatego użycie w urządzeniach mechanicznych jakiegokolwiek innej kształtki wymaga zastosowania sprężyn lub tp. ściskających przesuujące się po sobie części.

Twierdzenie Freneta–Serreta mówi o krzywiznie i skręceniu krzywej. Ujmując rzecz jakościowo: krzywizna mierzy, jak bardzo krzywa w otoczeniu danego punktu nie jest prosta, skręcenie zaś – jak bardzo nie jest płaska. Okazuje się, że *krzywizna i skręcenie wyznaczają krzywą z dokładnością do przemieszczenia*. To znaczy, że jeśli wiemy, jak zmieniają się krzywizna i skręcenie wzdłuż krzywej, to wiemy też, jak ta krzywa wygląda z dokładnością do izometrii nie zmieniającej orientacji.

Z twierdzenia tego rzeczywiście bez trudu można uzyskać istnienie jedynie trzech rodzajów krzywych ślizgających się po sobie. Do tego bowiem, aby się mogły ślizgać, muszą być w każdym swoim punkcie tak samo wykrzywione, a więc tak samo niepłaskie i tak samo nieproste.

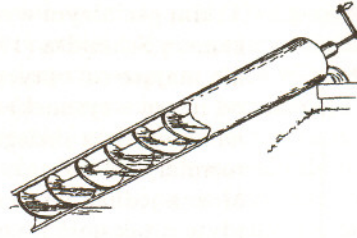
Gdy krzywizna jest stale zero, to krzywa jest prostą (to wynika już nawet z naszej jakościowej definicji) – jest ona wtedy także płaska. Gdy jest płaska (skręcenie jest stale zero) i ma stałą krzywiznę, to musi być okręgiem, ponieważ okrąg spełnia te warunki, a w myśl twierdzenia Freneta–Serreta rozwiązanie jest tylko jedno, więc innych niż okręgi rozwiązań w tym przypadku nie ma. Podobnie stała i niezerowa krzywizna i skręcenie to własność linii śrubowej, a istnienie innych wykluczone jest przez twierdzenie.

Tak więc innych rozwiązań z użyciem ślizgających się po sobie krzywych w mechanice nie ma i nie będzie.

M.K.

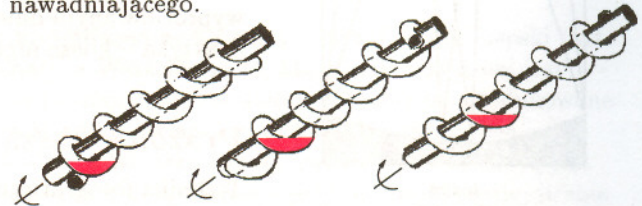
Woda płynąca do góry

Ponoć rzeczywiście wynalazkiem Archimedesusa jest śruba jego imienia. Matematyczna jej nazwa, a właściwie nazwa jej idealizacji, brzmi *helikoida* – jest to powierzchnia powstała przez równomierny obrót prostej wokół ustalonej, prostopadłej do niej osi i równoczesne jednostajne i prostoliniowe przesuwanie się tejże prostej wzdłuż tej osi. Jeśli zamiast prostej weźmiemy odcinek przecinający oś



Tak to mniej więcej wygląda.

Należy mianowicie ustawić oś ukośnie i kręcić korba przymocowaną do osi tak, jakby to była maszyna do mięsa. Woda, która znajdzie się wewnątrz urządzenia, będzie po blasze stale spływała w dół próbując zrekompensować podnoszący ją do góry obrót. Ale uda się jej to nie w całej pełni i po pewnej (jakiej?) liczbie obrotów wyleje się górą. W taki sposób ubodzy wieśniacy egipscy przepompowują do dziś wodę z niższego do wyższego kanału nawadniającego.



Jeśli ktoś nie wierzy, że to działa, może przekona go modyfikacja – spiralna rurka owinięta wokół osi urządzenia.

M.K.

Dlaczego rura jest sztywna?

Jeśli powierzchnię w pewnym jej punkcie przetniemy wszystkimi płaszczyznami zawierającymi prostą prostopadłą do powierzchni w tym punkcie, to wśród otrzymanych krzywych będzie taka, która ma krzywiznę największą i taka, która ma najmniejszą. Co więcej, gdy krzywizny otrzymanych krzywych są różne, to krzywe mające ekstremalne krzywizny są prostopadłe. Gauss dowiódł (nazywa się to *theorema egregium*, czyli twierdzenie wspaniałe), że *przy zginaniu powierzchni bez zmiany długości żadnej krzywej na niej iloczyn ekstremalnych krzywizn również nie ulega zmianie*.

Jeśli więc jakaś powierzchnia (np. rura) powstaje z płaskiego materiału, to zawsze w każdym punkcie jedna z jej ekstremalnych krzywizn musi być zero, by iloczyn był taki sam jak na płaszczyźnie (gdzie rozważane krzywizny są równe zero). Zatem do zgięcia rury (wygięcia tworzącej walca) potrzebne jest rozciągnięcie materiału, z którego jest ona wykonana.

M.K.