



Rozwiązanie zadania M 817.

Czytelnik zechce samodzielnie udowodnić, że $W_{n+1}(x) = xW_n(x) - W_{n-1}(x)$ i wywnioskować stąd tezę zadania.

Wskazówka: Ponieważ tożsamość dotyczy wielomianów, więc wystarczy ją sprawdzić na nieskończonym zbiorze punktów, np. postaci $x_k = k + \frac{1}{k}$. Może przydać się fakt, że $W_n(k + \frac{1}{k}) = k^n + \frac{1}{k^n}$.

Można też zauważyć, podobnie jak P.L. Czebyszew, że

$$W_n(2 \cos t) = 2 \cos nt,$$

wobec czego

$$2 \cos(n+1)t = 2 \cos t \cdot 2 \cos nt - 2 \cos(n-1)t.$$

Linie absorpcyjne w widmie gwiazdy powstają w materii rozciągającej się między fotosferą gwiazdy (emitującą światło o widmie ciągłym) a obserwatorem. Zazwyczaj większość tej materii stanowi atmosfera gwiazdy, często jednak światło przechodzi jeszcze przez materię międzygwiazdową, która wzbogaca widmo gwiazdy o swoje linie. Jak odróżnić linie gwiazdowe od międzygwiazdowych? Jeżeli gwiazda jest składnikiem układu podwójnego, to okresowo zmienia się jej prędkość względem Ziemi, a wtedy w wyniku zjawiska Dopplera jej linie widmowe okresowo przesuwają się na przemian ku czerwieni i ku fioletowi – natomiast linie międzygwiazdowe pozostają nieruchome. Dzięki temu właśnie linie międzygwiazdowe zostały odkryte (J.F. Hartmann, 1905). Jeżeli gwiazda jest pojedyncza, to cały układ jej linii na ogół nie będzie pasował do układu linii międzygwiazdowych wskutek różnych prędkości gwiazdy i obłoków materii międzygwiazdowej. Ponadto linie międzygwiazdowe są ostrzejsze od gwiazdowych (bo materia międzygwiazdowa jest zimna) i dużo jest wśród nich linii wzbronionych (bo materia międzygwiazdowa jest bardzo rozrzedzona).

Nie warto dowodzić, że poznanie składu chemicznego materii rozproszonej ma ogromne znaczenie dla poznania w ogóle ewolucji materii i jej obiegu we Wszechświecie. Toteż można uznać, że trzy lata temu rozpoczął się chyba nowy etap tych badań, gdy mianowicie teleskop Hubble'a umożliwił zaobserwowanie po raz pierwszy międzygwiazdowych linii pierwiastków naprawdę ciężkich, takich jak cynk, ołów, tal, gal, german, krypton, cyna, arsen, występujących w ilościach rzędu jeden atom na dziesiątki miliardów atomów wodoru. Z tego, co wiemy obecnie o nukleosynthese, pierwiastki najlżejsze (wodór, hel i lit) powstały przede wszystkim podczas Wielkiego Wybuchu. Pierwiastki od helu do cynku powstają w centrach gwiazd w wyniku syntezy termojądrowej. Z kolei pierwiastki jeszcze cięższe tworzą się w rezultacie wychwytywania neutronów, z tym że może się to odbywać spokojnie i powoli w jądrze gwiazdy lub gwałtownie podczas wybuchu supernowej. Wreszcie supernowe wybuchając wzbogacają materię międzygwiazdową w owe pierwiastki ciężkie. Nasza obecna wiedza o ewolucji gwiazd wydaje się wprawdzie dość dobrze ugruntowana i ogólnie zgodna z obserwacjami, niemniej jednak możliwość bezpośredniego wyznaczenia ilości ciężkich pierwiastków w materii międzygwiazdowej stanowi nowy i zarazem bardzo subtelny sposób konfrontowania teorii z obserwacjami, sposób, który dotychczas był niewykonalny z powodów czysto technicznych.

Tomasz KWAST



Rozwiązanie zadania M 818.

Przypadek, gdy P jest wielomianem stałym, pozostawiamy do rozważenia Czytelnikowi.

Niech $n \geq 1$ będzie stopniem wielomianu P . Łatwo widzieć, że współczynniki przy x^n w wielomianie P i wielomianie W_n (który również jest stopnia n) są równe 1. Zatem $R(x) = P(x) - W_n(x)$ jest wielomianem stopnia $r < n$. Z założeń zadania mamy

$$W_n(x^2 - 2) + R(x^2 - 2) = (W_n(x) + R(x))^2 - 2,$$

a ponieważ $x^2 - 2 = W_2(x)$, więc na mocy tezy zadania M 816 otrzymujemy po nietrudnym rachunku

$$R(x^2 - 2) - R(x)^2 = 2W_n(x)R(x).$$

Gdy wielomian R nie jest wielomianem zerowym, to stopień wielomianu po lewej stronie tego równania jest nie większy niż $2r$, a $2W_n(x)R(x)$ jest stopnia $n + r > 2r$, co prowadzi do sprzeczności. Zatem $R(x) \equiv 0$, czyli $P(x) = W_n(x)$, co było do wykazania.

Uwaga: Rodzina W_n ma wiele innych ciekawych własności – np. jest jedyną (z dokładnością do zamiany zmiennych typu $W_n(\frac{ax+b}{a})$) oprócz x^n pełną (tzn. zawierającą co najmniej jeden wielomian każdego stopnia) rodziną wielomianów parami komutujących, tj. takich, których kolejność złożenia nie odgrywa roli. Czytelnik Zawzięty może udowodnić, że

$$\int_{-2}^2 \frac{W_m(x)W_n(x)}{\sqrt{4-x^2}} dx = 0 \quad \text{dla } m \neq n.$$

Sierpień

Uważny obserwator może zauważyć, że Jowisz, który już od dłuższego czasu jest widoczny praktycznie przez całą noc, cofa się. Określenie to oznacza, że porusza się na niebie w stronę przeciwną niż Słońce w swoim ruchu rocznym. Wszystkie planety obiegają Słońce w tę samą stronę (gdyby patrzeć z Gwiazdy Polarnej, były to kierunek przeciwny do ruchu wskazówek zegara), dlaczego więc Jowisz się cofa? Otóż nie zapominajmy, że ruch planet obserwujemy z Ziemi, która też się porusza, a ponieważ jest bliżej Słońca niż Jowisz – porusza się szybciej. Są zatem okresy, np. właśnie teraz, gdy Ziemia i Jowisz znajdują się po tej samej stronie Słońca i Ziemia Jowisza po prostu wyprzedza. Ponieważ płaszczyzny orbit Ziemi i innych planet tworzą niewielkie kąty, planeta w okresie swojego ruchu wstecznego cofa się nie dokładnie „po swoich śladach”, lecz zatacza dość płaskie pętle na niebie. Fakt ten znany był astronomom od starożytności, a wytłumaczył go w ten naturalny sposób Kopernik.

9 VIII Jowisz znajdzie się niemal dokładnie po przeciwnej stronie Ziemi niż Słońce – konfiguracja taka nazywa się opozycją. Księżyc, którego pełnia wypada 18 VIII, zbliży się do Wenus 6 VIII, do Marsa 9 VIII, do Jowisza 17 VIII i do Aldebarana 25 VIII, a ponadto – uwaga! – 22 VIII zakryje Saturna. Nastąpi to około godziny 4 (czasu letniego), więc posiadacze lepszych lunet tej nocy chyba się nie wyśpią. Błyskające na niebie meteory to głównie Perseidy. Można je widzieć niemal przez cały miesiąc z maksimum około 12 VIII.

T.K.