Pion, poziom i promień Ziemi

Piotr ZALEWSKI

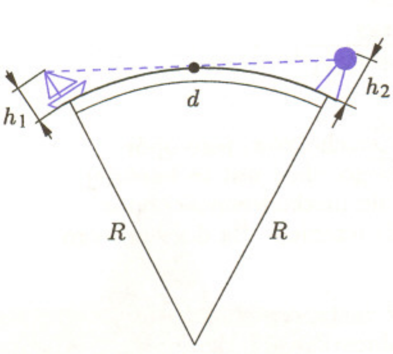
Rys. 1. Wszystkie pionowe sznurki wiszą w jednej płaszczyźnie.

Według *Słownika Języka Polskiego* (PWN 1988) pion to „linia pokrywająca się z kierunkiem siły ciężkości na powierzchni Ziemi”. *Słownik Wyrazów Obcych* precyzuje pojęcie pionu jako „kierunku wypadkowej dwóch sił: siły przyciągania Ziemi i siły odśrodkowej ruchu obrotowego Ziemi”. Spróbujmy jednak spojrzeć na to pojęcie oczami ludzi żyjących przed Newtonem, tzn. nie używając nieznanych (niezdefiniowanych) określeń, jak siła czy przyciąganie. Codzienne doświadczenie podpowiada, że rzeczy położone „wyżej” w (nie)sprzyjających warunkach spadają niżej i to „prosto z góry na dół”. Właśnie to „prosto” chcielibyśmy nazwać pionem, o ile tylko uda nam się podać przepis na jednoznaczne jego wyznaczenie. Spadające ciała nie bardzo się do tego nadają, poręczniej jest posłużyć się przyrządem w postaci ciężarka zawieszonego na sznurku, czyli właśnie pionem. Nazwa, poprzez włoskie *piombo*, pochodzi od *plumbum* – łacińskiego określenia ołowiu, od wieków używanego do wyrobu takich ciężarków. Pionem nazwijmy więc kierunek wskazywany przez „obciążony sznurek” zawieszony w danym punkcie (po ustaniu ruchu wahadłowego ciężarka). Fajnie, tylko czy wszystkie „obciążone sznurki” wskazują ten sam pion? Powtórzenie doświadczenia przedstawionego na rysunku 1 powinno rozwiać tę wątpliwość z „dokładnością” do stosunku amplitudy wahania ciężarka do długości sznurka. Dokładność ta jest porównywalna z różnicą między zacytowanymi na wstępie definicjami, wynoszącą dla szerokości geograficznej Warszawy 4 tysięczne stopnia.

Rys. 2

Przejdźmy teraz do poziomu. Względem danego punktu coś może być „wyżej” albo „niżej”. Jeżeli nie jest ani wyżej, ani niżej, to powiemy, że jest na tym samym „poziomie”. Tylko jak to stwierdzić? Inaczej mówiąc: jak zdefiniować „poziom”? Skoro pion wyznacza „pion”, to pewnie „poziom” można wyznaczyć za pomocą poziomu – na przykład wody. Jeżeli zaniedbamy efekty brzegowe, to powierzchnia wody w dowolnie skomplikowanym naczyniu po uspokojeniu się wydaje się wyznaczać płaszczyznę. W dodatku prostopadłą do kierunku pionowego, o czym można się przekonać (z przyzwoitą dokładnością) obserwując pion zawieszony w studni i jego odbicie w tafli wody. Będzie się ono wydawało przedłużeniem pionu, bez względu na to, z której strony studni będziemy patrzyli. (Jeżeli nie jest oczywiste, że to świadczy o prostopadłości, to warto poeksperymentować z patyczkiem i lusterkiem.)

W ten sposób nie tylko zdefiniowaliśmy pion i poziom odwołując się jedynie do prostych obserwacji, ale przekonaliśmy się dodatkowo o ich wzajemnym powiązaniu. W praktyce do wyznaczania poziomu używa się tzw. *waserwagi* lub poziomnicy (rys. 2). Przy okazji nie zaszkodzi przypomnieć, że w celu sprawdzenia poprawności wskazań poziomnicy wystarczy przyłożyć ją np. do tablicy, odrysować, a następnie obrócić o 180 stopni wokół osi pionowej (a czy waserwaga może być sfałszowana?).



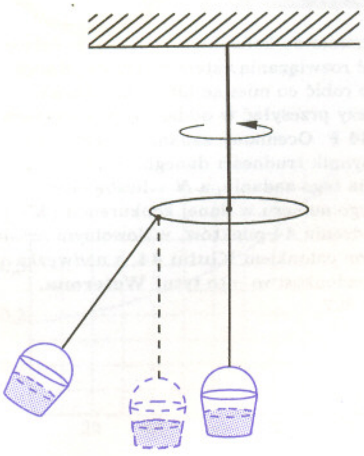
$$R \approx \frac{1}{2}\left(\frac{d}{\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2}}\right)^2.$$

Rys. 3.

No dobrze, ale po co to wszystko przypominać? Przede wszystkim, ponieważ nie korzystaliśmy ani ze znajomości praw mechaniki, ani z wiadomości o naszej planecie, więc tak zdefiniowane pojęcia pionu i poziomu można wykorzystać przy odkrywaniu tych praw lub wiadomości. I tak: dokładność naszych definicji nasuwa pytanie o kształt Ziemi. Inaczej mówiąc, na ile poziom jest płaszczyzną? Każdy, kto choć raz był nad morzem albo na samotnym wzniesieniu, ma prawo podejrzewać, że Ziemia nie jest płaska. Sprawdźmy te podejrzenia mierząc promień krzywizny poziomu.

Sposób pierwszy: żeglarski

Potrzebujemy jachtu, latarni i morza. Gdy będziemy oddalać się od lądu, latarnia morska zacznie stopniowo chować się za horyzontem. Rysunek 3 przedstawia schematycznie wielkości, które musimy zmierzyć, aby oszacować promień Ziemi. Pomiar taki można przeprowadzić nad odpowiednio dużym jeziorem lub zatoką bez odbijania od brzegu. Polecam Śniardwy, Zatokę Gdańską, Zalew Wiślany i Zalew Szczeciński. Bardzo ciekawym problemem jest określenie dokładności takiego pomiaru.



Rys. 4

Sposób drugi: Eratostenesa

Eratostenes jako pierwszy oszacował promień Ziemi. Dokonał tego w III wieku p.n.e. Jego pomysł polegał na określeniu różnicy szerokości geograficznej dwóch miejsc na tym samym południku. Różnica szerokości wyrażona w mierze łukowej jest równa odległości między tymi miejscami wyrażonej w jednostkach promienia krzywizny. W Polsce takimi miejscami mogą być np. Gdynia i Wodzisław Śląski. Różnicę szerokości geograficznych łatwo można zmierzyć porównując długości cieni rzucanych przez tej samej wysokości przedmioty w to samo południe.

Sposób trzeci: fotograficzny – zobacz „Patrz w niebo" na stronie 16

Po zmierzeniu promienia Ziemi stwierdzimy, że odchylenie poziomu od płaszczyzny, na odległościach rzędu kilkudziesięciu metrów, jest zaniedbywalne w większości zastosowań praktycznych. Niestety, nasze pomiary będą najprawdopodobniej za mało dokładne, aby stwierdzić odchylenie poziomu od kulistości. Pozostanie również kwestia deformacji poziomu związanych z niejednorodnością Ziemi. Czy pomimo tego pion zawsze pozostanie lokalnie prostopadły do poziomu? A co zrobić z naszymi definicjami w przypadku wiaderka na karuzeli (rys. 4)? Ale to już osobny temat.

Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 813. W przestrzeni dane są niezależne wektory $v_1, v_2, \ldots, v_n$ o tej własności, że każde dwa z nich tworzą kąt rozwarty. Udowodnić, że $n < 15$.
Rozwiązanie na str. 6

M 814. Na płaszczyźnie rozmieszczono nieskończenie wiele modliszek w taki sposób, by odległość między żadnymi dwiema z nich nie była mniejsza niż dwa metry. Zakładając, że modliszka porusza się z prędkością nie większą niż 10 metrów na minutę, a ponadto owad ten momentalnie umiera z rozpaczy, jeśli upłynie minuta od chwili, gdy po raz ostatni zamordował współplemieńca, udowodnić, że po kwadransie żadna modliszka nie ostanie się przy życiu. Prokreację zaniedbujemy.
Rozwiązanie na str. 10

M 815. Udowodnić, że

$$\prod_{m=2}^{1996}\left(\prod_{n=m+1}^{1997} |\sqrt[m]{m} - \sqrt[n]{n}|\right) \leq \frac{1}{2000}.$$

Rozwiązanie na str. 10

Zadanie z obozu przygotowawczego Olimpiady Matematycznej.

Redaguje Piotr ZALEWSKI

F 455. Z miejsca o szerokości geograficznej ϕ zrobiono zdjęcie nocnego nieba z długim czasem ekspozycji. Jedna z gwiazd zostawiła prostoliniowy ślad. Podać deklinację tej gwiazdy.
Rozwiązanie na str. 7

F 456. Obserwator inercjalny widzi N gwiazd poruszających się wzdłuż prostej. Prędkość pierwszej gwiazdy względem obserwatora wynosi v, a prędkość i-tej gwiazdy względem $(i-1)$-szej, dla $i = 2, \ldots, N$, też wynosi v. Obliczyć prędkość N-tej gwiazdy względem obserwatora. Wykonać przejście graniczne $N \to \infty$.
Rozwiązanie na str. 11

Zadanie **F 456** zaproponował Krzysztof Rejmer.