Własność 3

Paradoks Simpsona

Może zachodzić:

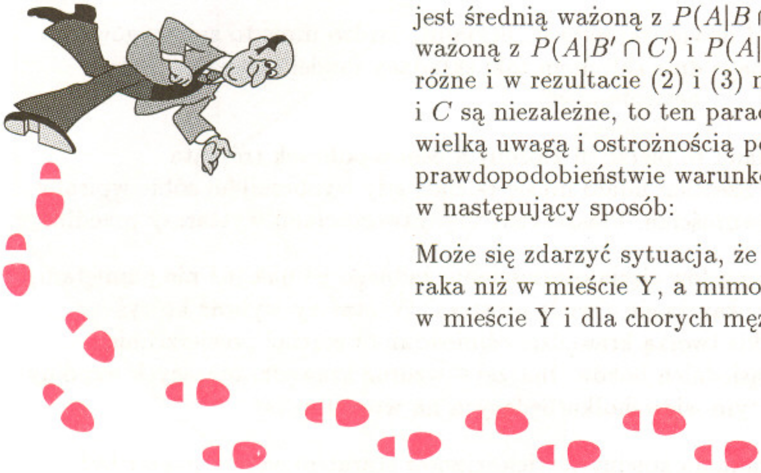
(2) $$P(A|B) < P(A|B')$$

i jednocześnie

(3) $$P(A|B \cap C) \geq P(A|B' \cap C), \qquad P(A|B \cap C') \geq P(A|B' \cap C').$$

A', B', C' oznaczają zdarzenia przeciwne do A, B i C. Wydaje się to sprzeczne z intuicją, gdyż ze wzoru na prawdopodobieństwo całkowite $P(A|B)$ jest średnią ważoną z $P(A|B \cap C)$ i $P(A|B \cap C')$, a $P(A|B')$ jest średnią ważoną z $P(A|B' \cap C)$ i $P(A|B' \cap C')$. Ale odpowiednie wagi mogą być różne i w rezultacie (2) i (3) mogą zachodzić jednocześnie. Gdy zdarzenia B i C są niezależne, to ten paradoks nie może zajść. Paradoks pokazuje, z jak wielką uwagą i ostrożnością powinniśmy stosować wnioskowanie oparte na prawdopodobieństwie warunkowym. Słownie można sformułować paradoks w następujący sposób:

Może się zdarzyć sytuacja, że w mieście X jest większa umieralność chorych na raka niż w mieście Y, a mimo to dla chorych kobiet większa umieralność jest w mieście Y i dla chorych mężczyzn także większa umieralność jest w mieście Y.



Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

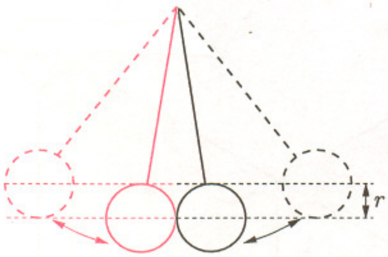
M 810. Pewna bakteria z prawdopodobieństwem p po upływie sekundy dzieli się na dwie bakterie potomne, natomiast z prawdopodobieństwem $1-p$ po upływie tej sekundy ulega naturalnemu rozkładowi. Każda z bakterii potomnych podlega podobnym prawom rozmnażania. Obliczyć wartość oczekiwaną liczby potomstwa tej bakterii po n sekundach.
Rozwiązanie na str. 9

M 811. Udowodnić, że jeśli $p < \frac{1}{2}$, to potomstwo naszej bakterii z prawdopodobieństwem 1 wyginie po upływie jakiegoś czasu.
Rozwiązanie na str. 16

M 812. Obliczyć prawdopodobieństwo wyginięcia potomstwa naszej bakterii po upływie pewnego czasu, jeśli $p \geq \frac{1}{2}$.
Rozwiązanie na str. 9

Redaguje Piotr ZALEWSKI

F 453. W trakcie pokazu fizycznego dokonano elektronicznego pomiaru czasu $\Delta t = 200\ \mu s$, w którym zderzające się kulki o promieniu r (patrz rysunek) stykają się. Oszacować średnią siłę, z jaką działają one na siebie w czasie zderzenia (gęstość stali przyjąć równą $\rho = 7{,}5\ g/cm^3$).
Rozwiązanie na str. 16



Zadanie zaproponowane przez Michała Pawlaka na podstawie pokazu przeprowadzonego w ramach kursu „Wstępu do Fizyki" na Wydziale Fizyki UW.

F 454. Dowcip z brodą:
Kanonier dostał rozkaz przeniesienia za jednym razem trzech pocisków przez dość długą kładkę.
– Obywatelu działonowy, melduję, że kładka nie wytrzyma więcej niż ciężar mój i najwyżej jednego pocisku!
– Więc wykonajcie rozkaz żonglując, żołnierzu!
Czy rzeczywiście można zmniejszyć maksymalny nacisk na podłoże przez żonglowanie?
Rozwiązanie na str. 16