



Rys. 8

Ponieważ  $EB_i = EX + XF$  jest długością nitki rysującej elipsę  $\Delta$  (czyli ma wartość stałą, niezależną od  $i$ ), więc przekształcenie  $\phi$  przeprowadzające  $B_i$  w  $B_{i+1}$  jest przekształceniem okręgu o środku  $E$  i promieniu  $r = EX + XF$ , gdzie  $X \in \Delta$ . Inaczej mówiąc, przy oznaczeniach z rysunku 7,  $\phi$  przeprowadza punkt  $X' = B_i$  w punkt  $\phi(X') = Y' = B_{i+1}$ .

Inwersja względem okręgu o środku  $F$  zamieni trajektorię  $B_1, B_2, B_3, \dots$  na trajektorię  $C_1, C_2, C_3, \dots$  przekształcenia  $\varphi$ . Zauważmy bowiem, że łuki  $B_i B_{i+1}$  okręgów przechodzących przez  $F$  zamienią się po inwersji na odcinki, a okręgi o środku  $E$  i promieniach  $r, R$  przejdą na inne okręgi (niewspółśrodkowe; patrz rys. 8). Twierdzenie 2 tłumaczy, że  $C_1, C_2, C_3, \dots$  jest (przy odpowiednim sposobie mierzenia długości łuku) trajektorią obrotu. ■

Na koniec zadanie dla wytrwałych: proszę udowodnić twierdzenie Ponceleta bez założenia, że każdy odcinek łączący sąsiednie punkty trajektorii jest styczny do elipsy  $\Delta$ .

Bilardzista, który chce trafić na stole eliptycznym w inną bilę w karambolu, musi więc umieć wyobrażać sobie elipsy i hiperbole współogniskowe (rysunek z okładki), tylko gdzie sprawdzić w praktyce nabytą wiedzę?

## Oś globusa

Dlaczego każdy globus ma oś odchyloną od pionu? Przecież globus z osią pionową przedstawiałby tę samą Ziemię, a łatwiej byłoby go zrobić. Jednak nie jest to fantazja wytwórcy globusów. Pochylenie osi obrazuje bardzo ważny fakt przyrodniczy: oś ziemską nie jest prostopadła do płaszczyzny ziemskiej orbity. A ma to ogromne konsekwencje.

Gdyby oś ziemską była prostopadła do płaszczyzny orbity, to w dowolnym miejscu orbity, a więc przez cały rok, oświetlenie Ziemi przez Słońce byłoby stałe takie samo, w tym sensie, że granica między półkulą oświetloną i nieoświetloną (tzw. terminator) przechodziłaby zawsze przez bieguny. Człowiek znajdujący się na dowolnym równoleżniku miałby stałe 12-godzinny dzień i 12-godzinna noc, panowałaby więc permanentna równonoc.

W rzeczywistości jednak oś ziemską jest pochylona o około  $23,5^\circ$  i, co więcej, w trakcie obiegięcia Słońca zachowuje stały kierunek w przestrzeni, a konkretnie jest stałe skierowana (w przybliżeniu) w Gwiazdę Polarną. Wskutek tego terminator tylko dwa razy w ciągu roku przechodzi przez bieguny (około 21 III i 21 IX), a między tymi datami Słońce oświetla bardziej albo północną, albo

południową półkulę Ziemi. Krótko mówiąc, pochylenie osi ziemskiej jest przyczyną występowania pór roku. Półkula północna jest najsilniej nasłoneczniona w okolicy 21 VI. Jest to początek naszego lata i zarazem data, gdy Słońce oświetla prostopadłymi promieniami miejsca Ziemi odległe na północ od równika o  $23,5^\circ$  – bardziej na północ już się nie da, a równoleżnik o tej szerokości geograficznej to zwrotnik Raka. Oczywiście, na początku naszej zimy promienie prostopadłe padają na zwrotnik Koziorożca o szerokości  $-23,5^\circ$ . Tak więc ta sama przyczyna powoduje też występowanie stref klimatycznych na Ziemi.

A jak jest na innych planetach? Okazuje się, że rozmaicie. Oś obrotu Jowisza jest praktycznie prostopadła do płaszczyzny jego orbity, tam więc pór roku nie ma – panuje permanentna równonoc, a Słońce oświetla prostopadłe tylko równik planety. Oś obrotu Urana – przeciwnie – jest nachylona o około  $90^\circ$ , leży więc w płaszczyźnie jego orbity. Wskutek tego co pół tamtejszego roku Słońce oświetla prostopadłe raz jeden, raz drugi jego biegun. Wobec tego, może na Ziemi nie jest tak źle: nie jest tak monotonna jak na Jowiszu, ale też nie ma takich skrajności jak na Uranie.

Tomasz KWAST