matematyków (w tym amatorów: w lutym 1968 roku Jean Mayer, profesor literatury francuskiej na Uniwersytecie w Montpellier, udowodnił, że oszacowania Heawooda nie da się poprawić dla genusu $g = 59$ i tak się składa, że był to ostatni przypadek brakujący do kompletu).

Każdy niewątpliwie zauważył, że dowód Lematu załamuje się w przypadku sfery (wtedy $g = 0$, $E = 2$). Niemniej jednak $h(0) = 4$, więc wzór Heawooda podaje odpowiednią liczbę barw także w przypadku sfery! Można tak mówić bez obawy, bowiem twierdzenie o czterech barwach udowodnili ostatecznie w 1976 roku (po sześcioletniej współpracy) Kenneth Appel i Wolfgang Haken. Ich dowodu nie może w rozsądnym czasie sprawdzić „ręcznie" żaden śmiertelnik: nie dość, że jego ostateczna wersja zajmuje ponad sto stron tekstu i czterysta mikrofilmów z rysunkami, to do sprawdzenia kilku tysięcy różnych przypadków Haken i Appel użyli programu komputerowego, który na dużej maszynie działał kilkaset godzin. A swoją drogą, to zadziwiające, że twierdzenie o kolorowaniu map jest tak proste w dowodzie dla torusa i tak zawiłe dla sfery.

Miłośnicy wzoru Eulera mogą spróbować samodzielnie wymyślić (niedługi i prosty!) dowód faktu, że każdą mapę na płaszczyźnie lub sferze można pomalować co najwyżej sześcioma barwami. Na początek należy zauważyć, że bez zmniejszenia ogólności można przyjąć, iż w jednym punkcie mapy zawsze zbiegają się najwyżej trzy różne granice.

Znaczenie wyniku Appela i Hakena jest dwojakie. Po pierwsze, rozwiązali oni sławny problem, który przez ponad sto lat był otwarty. Po drugie, ich praca zmusza matematyków do ponownego rozważenia pytań *Co to jest dowód?* i *Czy każdy dowód można zrozumieć i sprawdzić?*. A kartografowie najwyraźniej i tak się twierdzeniem o czterech barwach nie przejmują: w nowej sześciotomowej encyklopedii PWN województwa na mapach Polski z różnych lat kolorowane są zawsze przynajmniej pięcioma barwami...

Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 807. Czy dwa równoległościany (niekoniecznie przystające) mogą mieć tę własność, że każda ściana jednego z nich ma z każdą ścianą drugiego pewien punkt wspólny (nie leżący na żadnej z krawędzi obu równoległościanów)?
Rozwiązanie na str. 9

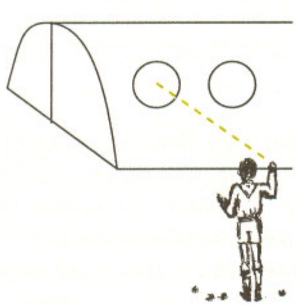
M 808. Niech

$$a_n = \sin\frac{\pi}{2^n}\sin\frac{2\pi}{2^n}\sin\frac{3\pi}{2^n}\dots\sin\frac{(2^n-1)\pi}{2^n}.$$

Udowodnić, że granica $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)^{2^{-n}}$ istnieje i obliczyć jej wartość.
Rozwiązanie na str. 9

M 809. Czy każdej dodatniej liczbie rzeczywistej α można przyporządkować nieskończony podzbiór A_α zbioru liczb naturalnych w taki sposób, by dla dowolnych $\alpha \neq \beta$ zbiór $A_\alpha \cap A_\beta$ był skończony?
Rozwiązanie na str. 11

Redaguje Piotr ZALEWSKI



F 451. Harcerz rzuca z całej siły szyszkami do otwartego, okrągłego okienka namiotu-hangaru z odległości kilku metrów. Średnio co druga szyszka wpada do środka. Co która szyszka (średnio) omijałaby cel, gdyby chłopiec podszedł dwa razy bliżej, jeżeli przyjąć, że harcerz celuje w środek okienka, zamierzony kierunek rzutu jest prostopadły do płaszczyzny okienka, a rozrzut kątowy wokół tego kierunku w dowolnej płaszczyźnie go zawierającej podlega rozkładowi normalnemu.
Rozwiązanie na str. 12

F 452. Jednorodny sztywny pręt o masie m jest podparty na dwóch końcach. Obliczyć siłę reakcji podpory w momencie usunięcia drugiego punktu podparcia. Tarcie i grubość pręta zaniedbać.
Rozwiązanie na str. 8