Bariera dźwięku i bariera rozsądku

Każdy wie – bez zdobywania jakiej bądź wiedzy fizykalnej – jak stwierdzić „nausznie", że jakiś pojazd – powiedzmy, za ścianą – mija nas w pędzie. Oczywiście, jeśli pojazd ten nie porusza się bezgłośnie. Stosowne *wźźź*... dzieci umieją wydawać z siebie, jeszcze zanim zaczną mówić.

Dowodzi to niezbicie (żeby zażartować z Kanta), iż człowiek przynosi ze sobą na świat znajomość *efektu Dopplera*. Wie mianowicie, że zbliżające się do nas źródło dźwięku (czy innych fal) odbieramy tak, jakby ten dźwięk (ta fala) miał częstotliwość większą niż ma w istocie, jakby był wyższy. A oddalające się źródło dźwięku (fal) robi wrażenie, iż jego częstotliwość jest mniejsza.

Potem dowiadujemy się jedynie, że to, co znaliśmy od zawsze, ma właśnie nazwę efektu Dopplera. No, może nie jedynie – dowiedzieć się możemy tego, co w poprzednim akapicie było w nawiasie: że efekt Dopplera ma miejsce przy obserwowaniu każdych fal. Co więcej, okazuje się, że obserwacja odległych galaktyk wykazuje przesunięcie barwy ich światła ku czerwieni, co świadczy o tym, iż Wszechświat się rozszerza. Przy okazji możemy zapamiętać, że barwa czerwona odpowiada niższym częstotliwościom niż inne.

Np. niż zielona. I tu anegdotka znana dzisiejszemu pokoleniu dziadków z książki Jakuba Perelmana *Zajmująca fizyka*. Otóż Perelman twierdzi, że jakoby Robert Wood (wybitny optyk), gdy został zatrzymany za przejechanie skrzyżowania na czerwonym świetle, przekonywał policjanta, iż przy jego prędkości zbliżania się do świateł barwa czerwona – właśnie na skutek efektu Dopplera – była przez niego obserwowana jako zielona.

Nie należy, rzecz jasna, naśladować go (bo raz, że można spowodować wypadek, a dwa, że można otrzymać mandat za obrazę przedstawiciela władzy). Zamiast tego warto obliczyć, z jaką prędkością musiałby jechać Wood, by to co mówił, pokrywało się z prawdą – powinno wyjść około 135 mln km/godz. Gdyby więc jechał ulicą z taką prędkością i tak należałby się mu mandat.

Dla zwolenników nowszej fizyki inne zadanie: równanie Schrödingera dotyczy fal prawdopodobieństwa – jak dla takich fal przejawia się efekt Dopplera?

Orientacyjne częstotliwości
($1\text{Hz}=\text{s}^{-1}$)

precesja punktu równonocy	1 pHz
pory roku	32 nHz
fazy Księżyca	392 nHz
pory dnia	12 μHz
okrążenie biegu na 10 km	15 mHz
ruch sekundnika ściennego zegara elektronicznego	1 Hz
puls	1,2Hz
granica słyszalności basów	16 Hz
klatki taśmy filmowej	24 Hz
prąd zmienny w Europie	50 Hz
podstawowy dźwięk *a*	440 Hz
granica słyszalności wiolinów	20 kHz
fala nośna telefonii	100 kHz
fale radiowe	30 kHz – 6 GHz
długie	200 kHz
krótkie	1 MHz
UKF dolny	70 MHz
UKF górny	100 MHz
UHF	1 GHz
łącza satelitarne	10 GHz
radar	1 THz
zegar atomowy Cs-133	108 THz
podczerwień	300 THz
światło widzialne	400 – 750 THz
czerwone	450 THz
żółte	550 THz
zielone	650 THz
niebieskie	700 THz
nadfiolet	1 PHz
promieniowanie rentgenowskie	1 EHz
promieniowanie gamma	ponad 100 EHz

Nasza rodzima delta

Jak wiadomo, *delta równa się be kwadrat mniej cztery ace*. Nie wiadomo tylko, po co to wiadomo?

Przede wszystkim warto zdać sobie sprawę z tego, iż delta (zwana naukowo wyróżnikiem) nie jest potrzebna do rozwiązywania równań kwadratowych. w większości krajów świata równanie kwadratowe rozwiązuje się bez jej użycia. Np. aby rozwiązać równanie

$$x^2 - 5x + 6 = 0\,,$$

dodajemy i odejmujemy od jego lewej strony kwadrat połowy współczynnika przy x, czyli piszemy

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 6 = 0$$

i grupujemy początkowe trzy wyrazy

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0\,.$$

Teraz stosujemy znany wzór na różnicę kwadratów (gdyby zamiast różnicy kwadratów wyszła nam suma, to stwierdzilibyśmy, że rozwiązań nie ma) i równanie mamy już przedstawione jako iloczyn dwóch wyrażeń stopnia pierwszego:

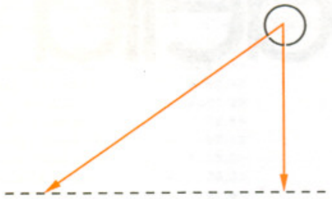
$$\left(x - \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right) = 0\,,$$

skąd bezpośrednio można wypisać pierwiastki: 3 i 2 (czego i tak się domyślaliśmy – chodziło jednak o przykład).

Oczywiście, gdybyśmy rozwiązywali równanie posługując się współczynnikami literowymi, delta by się tam pojawiła. Ale przecież procedura znajdowania pierwiastków obywa się bez niej swobodnie. Po cóż więc ona? Jedynym powodem jest to, by rozwiązywanie równań kwadratowych miało swoją teorię, z której można by uczniów odpytywać. A fe! W takim to paskudnym kontekście pojawia się recytacja zdania z pierwszego akapitu.

Ciekawe, że przy używaniu wyróżnika do rozwiązywania równań kwadratowych upiera się jedynie Europa Środkowa i Wschodnia (Niemcy, Rosja i to, co pomiędzy). Nie ma jednak nadziei, byśmy zdołali przekonać do tego innych (i całe szczęście).

Równia bez sinusów

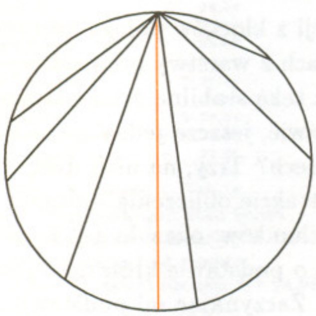


Rys. 1

Pionowy spadek swobodny trwa krócej niż ukośny spadek swobodny z tej samej wysokości. Pojęcie pionowego spadku swobodnego jest dobrze znane – wiadomo też, że niczego takiego wokół nas nie ma, bo zawsze w spadku coś przeszkadza, w skrajnym przypadku choćby opór powietrza. Swoboda ma oznaczać brak oporów.

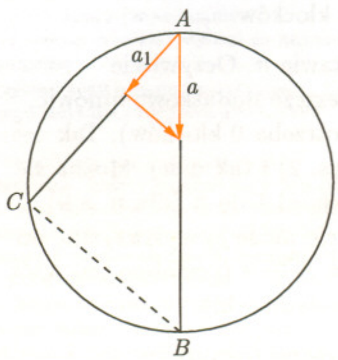
Ukośny spadek swobodny ma tę własność co biegun wschodni i zachodni – dorośli niechętnie o nim mówią. Różni się od nich jednak tym, że istnieje. Spadek bez oporów po torze ukośnym to przecież równia pochyła.

Nawet jednak w naszym świecie z oporami można łatwo stwierdzić, że pionowy spadek swobodny trwa krócej niż ukośny spadek swobodny z tej samej wysokości. Ale
jak znaleźć taką wysokość ukośnego spadku swobodnego, by trwał on tyle samo czasu, co pionowy spadek swobodny z danej wysokości?



Rys. 2

Odpowiedź jest prosta. Należy narysować okrąg, dla którego dana wysokość pionowego spadku swobodnego będzie średnicą. Wówczas ukośny spadek swobodny po dowolnej cięciwie tego okręgu, wychodzącej z górnego końca tej średnicy (rys. 2), będzie trwał tyle samo czasu, co pionowy.



Rys. 3

Uzasadnienie jest bardzo proste. Przyspieszenie a spadku pionowego w przypadku spadku ukośnego będzie wykorzystywane nie w całej pełni – jego część prostopadła do toru nie będzie ani przyspieszała, ani opóźniała ruchu, nie będzie miała znaczenia. Pozostałą część, tę, która będzie powodować spadek ukośny, oznaczmy przez a_1. Odpowiednio czas spadku po AB oznaczmy przez t, a czas spadku po AC przez t_1. Ponieważ oba spadki są swobodne, więc

$$AB = \frac{a \cdot t^2}{2}, \qquad AC = \frac{a_1 \cdot t_1^2}{2}.$$

Teraz potrzebna jest znajomość odrobiny geometrii. Ponieważ AB jest średnicą okręgu, na którym leży C, więc kąt ACB jest prosty i trójkąt zbudowany z wektorów okazuje się podobny do trójkąta ABC. Skoro tak, to

$$\frac{a_1}{a} = \frac{AC}{AB} = \frac{a_1 \cdot t_1^2}{a \cdot t^2},$$

co po skróceniu daje

$$1 = \frac{t_1^2}{t^2}, \qquad \text{czyli} \qquad t_1 = t,$$

bo zarówno t_1, jak t to liczby dodatnie.

Oczywiście, jak ktoś zna sinusy, kosinusy itp., to może zauważyć, że

$$a_1 = a \cdot \cos \angle BAC.$$

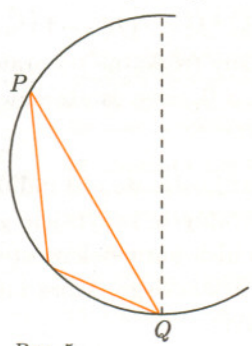
Pożytek z tego taki, że można różne zadania dotyczące równi pochyłej rozwiązywać bez rysowania takiego, jak wyżej, okręgu.

Ale to jest równocześnie i strata: nie można spożytkować do rozwiązywania zadań o równi swojej wyobraźni geometrycznej. A przecież wielu z nas ją ma (często nawet nie wiedząc o tym).

Uzyskane spostrzeżenie można też zastosować do rozwiązania zadania odwrotnego: na pytanie, *jak długo będzie trwał ruch po równi pochyłej*, każdy już bez trudu narysuje odpowiednią drogę trwającego tyle samo czasu pionowego spadku swobodnego.

Dla sprawdzenia, czy ci, którym próbowalibyśmy objaśnić to, co napisane wyżej, cokolwiek zrozumieli, możemy polecić im, aby uzasadnili, że swobodny spadek po każdym z torów przedstawionych na rysunku 4 trwa tyle samo czasu, albo dać zagadkę: *czy swobodny spadek z P do Q* (rys. 5) *po torze prostoliniowym trwa dłużej niż po torze łamanym*?

Rys. 4



Rys. 5

Jest interesujące, że tak, jak to zostało wyżej opisane, wyglądało pierwsze pojawienie się równi pochyłej. Tak mianowicie opisał jej własności Galileusz. Równia pochyła służyła mu do tego, by uzyskać powolny spadek swobodny. Zwykły, pionowy spadek swobodny odbywa się bowiem tak szybko, że przy ówczesnych możliwościach technicznych praktycznie mierzyć się nie dawał. Uzyskanie takich wyników kazało następnie szukać możliwości zrealizowania prawdziwej równi pochyłej, czyli ukośnego spadku swobodnego. Kulka na desce, jak wiadomo, jest takiego spadku (szczególnie przy bardzo małych kątach) dość lichym przybliżeniem – występują bowiem niezaniedbywalne opory tarcia, a i stopień gładkości realnej równi się liczy. I tu Galileusz posłużył się bardzo długim wahadłem, ale to już zupełnie inna historia.