wszakże związki łączą obie te dziedziny? Komentatorzy wskazują, że pojęcie Boga było Kartezjuszowi niezbędne do załatania istniejącej tu właśnie dziury w tworzonym systemie. Jak bowiem miał on uzasadnić związek między doświadczeniem a powstającą racjonalną rekonstrukcją rzeczywistości? Bóg, jako byt doskonały, stawał się poręczycielem prawdziwości konstrukcji rozumowych. Muszą one odpowiadać stworzonemu światu, gdyż w przeciwnym przypadku jego Stwórca, jako zwodziciel czy oszust, nie zasługiwałby na przypisywany mu atrybut doskonałości. Między zasadniczą strukturą rzeczywistości (w pewnej mierze potwierdzaną w doświadczeniu) a jej racjonalną rekonstrukcją zachodzi więc zasadnicza zgodność.

Z tą chwilą pojawia się możliwość pogodzenia się z obiektywną rzeczywistością, choć akceptowane z niej będzie tylko to, co przetrwa test radykalnego wątpienia bądź da się rozumowo – w sposób jasny i oczywisty! – wyprowadzić z zaakceptowanych już elementów. Na pewno zaś należy z gmachu wiedzy usuwać wszystko, co opiera się na ideach niejasnych i niewyraźnych i na sądach nie wytrzymujących krytyki.

Jeśli weźmiemy pod uwagę, jak zbudowany był obraz świata przed Kartezjuszem, w jakim stopniu zasiedlony był przez różne, pochodzące z niejasnych źródeł *byty widzialne i niewidzialne*, to zobaczymy, do jakiego stopnia świat kartezjański stał się prostszy, a w perspektywie mógł ulegać dalszym uproszczeniom. Jakim? To już zależało od tego, kto i w jakim celu puszczał w ruch wypracowane przez filozofa narzędzia. On sam zakwestionował, jako nie wytrzymujące racjonalnej krytyki, pojęcia próżni i oddziaływania na odległość. Dlatego jego racjonalna konstrukcja fizyki, która miała tłumaczyć fakty odkryte i analizowane przez Galileusza i innych wielkich badaczy owego okresu, opierała się na całym szeregu założeń, które raczej oddalały niż przybliżały newtonowską syntezę. Co ważniejsze, fizyka Kartezjusza była znacznie mniej zmatematyzowana od tego, co robił Galileusz i pod tym względem lepiej mieści się w tradycji arystotelesowskiej.

Tak więc, radykalny racjonalizm Kartezjusza nie we wszystkich obszarach był równie owocny. Zastosowany do matematyki przyniósł konstrukcję geometrii analitycznej, co dało dalszemu rozwojowi matematyki silny impuls.

wiadomości musi być równoważne znalezieniu klucza? Dla tych dwóch systemów kryptograficznych jest to równoważne. Przypuśćmy bowiem, że otrzymaliśmy jednocześnie tekst jawny (tzn. tekst oryginalny, przed zaszyfrowaniem) i tekst zaszyfrowany. Bez trudu w obu przypadkach wyznaczymy klucz, a właściwie oba klucze: szyfrowania i rozszyfrowywania. Wystarczy przyjrzeć się, jakie litery w tekście zaszyfrowanym odpowiadają kolejnym literom tekstu jawnego. Czy jednak tak będzie dla wszystkich innych systemów kryptograficznych? Spróbujmy sformułować wyraźnie pytania, które się narzucają.

Po pierwsze, jeśli poznamy klucz szyfrowania, to czy łatwo możemy odtworzyć z niego klucz rozszyfrowywania? We wszystkich powyższych przykładach było to oczywiste, ale nie zawsze musi tak być. Po drugie, jeśli mamy jednocześnie tekst jawny i tekst zaszyfrowany, to czy umiemy odtworzyć klucz szyfrowania (lub rozszyfrowywania)? Znów okaże się, że nie zawsze będziemy umieli to zrobić.

Klasyczne systemy kryptograficzne to właśnie takie systemy, których złamanie polega w istocie na znalezieniu klucza szyfrowania i tym samym klucza rozszyfrowywania. W następnym artykule poznamy tzw. szyfry z publicznym kluczem. Polegają one na tym, że klucz szyfrowania może być powszechnie znany i każdy będzie mógł go użyć do zaszyfrowania dowolnej wiadomości. Klucz rozszyfrowywania będzie jednak tajny i tylko jego „właściciel" będzie mógł z niego skorzystać. W tych systemach kryptograficznych znajomość klucza szyfrowania nie wystarczy do rozszyfrowania tekstu zaszyfrowanego. Potrzebna jest jeszcze pewna dodatkowa informacja, której nie udostępnia się publicznie i której w praktyce nie można uzyskać, jeśli zna się tylko klucz szyfrowania. Do skonstruowania takich szyfrów wykorzystano subtelne metody teorii liczb, algebry, geometrii algebraicznej i kombinatoryki.

Wycieczka w wirtualną przestrzeń

Jan BARANOWSKI

W *Delcie* 9/1996 Małgorzata Dworska opisywała *Najprostsze wypełnienie przestrzeni wielościanami*. Była tam mowa o pewnym wielościanie archimedesowym. Zamiast użytej tam nazwy *tetrakaidekahedron* wolałbym nazwę *ośmiościan ścięty*. Ta pierwsza nazwa to (po grecku) *czternastościan*, a różnych czternastościanów może być dużo (na przykład sześcian ścięty czy inny: sześcio-ośmiościan, znalazł się w *Małej Galerii Matematycznej* Zdzisława Pogody). Ośmiościan ścięty jest jeden – powstaje przez sprytne obcięcie naroży ośmiościanu foremnego, takie, że po narożach zostają kwadratowe ślady, ze ścian trójkątnych zaś – sześciokąty foremne. Cały wspomniany numer *Delty* jest pełen podobizn ośmiościanu ściętego.

W artykule Małgorzaty Dworskiej przedstawiona jest argumentacja przekonująca, że ośmiościan ścięty wypełnia przestrzeń. Rozumowanie odwołuje się do intuicji płaskiej. Proponuję przyjrzenie się temu w przestrzeni. Może się uda w wyobraźni, bez ani jednego rysunku?

„ – Co się tyczy rycin, to zaraz mogę ci wyrysować smoka z oczami z tysiąca słońc każde – jeśli rysunek masz za dowód prawdy – rzekł Klapaucjusz na to."
(Stanisław Lem, *Cyberiada*, *Wyprawa szósta*)

Widać, że zarówno Klapaucjusz, jak Lem podzielają opinię Autora o rysunkach. (Red.)

Wyobraź sobie, Drogi Czytelniku, sześcian i jego przekątną łączącą przeciwległe wierzchołki. Poprowadźmy taką płaszczyznę prostopadłą do tej przekątnej, żeby dzieliła sześcian na połowy. Taka płaszczyzna przecina 6 krawędzi, każdą w połowie. Uzyskaliśmy znany przekrój sześcianu – sześciokąt foremny. Czy widzisz go? Kiedyś Krzysztof Nowiński rysował w *Delcie* piękne przekroje brył foremnych w anaglifach... Mamy dwie połówki sześcianu.

Jak wygląda jedna taka połówka? Ma jedną ścianę sześciokątną, trzy ściany to kwadraty z odciętymi narożami i trzy małe ścianki – takie jak te naroża, trójkąty prostokątne równoramienne. Kiedy ustawimy taką bryłkę na ścianie sześciokątnej, może przypominać statek kosmiczny. Tam, gdzie spotykają się kwadraty bez naroży (pięciokąty), jest wierzchołek, zupełnie nienaruszony wierzchołek sześcianu.

Ustawmy teraz osiem „statków kosmicznych", żeby spotkały się w jednym punkcie tymi właśnie wierzchołkami. Jest to możliwe tak samo, jak jest to możliwe z sześcianami. Bryła, która powstała, ma osiem ścian sześciokątnych... Jeśli nie widzisz, że to ośmiościan ścięty, zamiast „statków kosmicznych" wstaw całe sześciany. Osiem sześcianów tworzy kostkę $2 \times 2 \times 2$. Trójkąciki – ściany „statków kosmicznych" – leżą na ścianach tej kostki i zbiegają się po cztery na środkach.

Wygodnie jest teraz operować całymi takimi kostkami, po osiem sześcianów, w każdej siedzi w środku ośmiościan ścięty. Jako sześciany – oczywiście wypełniają przestrzeń szczelnie. Weźmy pod uwagę wypełnienie *normalne*, co w tym przypadku znaczy, że w wierzchołkach spotyka się zawsze osiem kostek.

Jak w tych kostkach ustawione są nasze ośmiościany ścięte? Spotykają się ścianami kwadratowymi. Do każdej ściany sześciokątnej przylega połówka sześcianika. Tak jest w każdej sąsiedniej kostce. W wierzchołkach kostek (za każdym razem ośmiu) spotykają się połówki sześcianów będące na zewnątrz ośmiościanów ściętych. Za każdym razem jest ich osiem.

Jeżeli jeszcze chcesz wyobrażać sobie cokolwiek – widzimy dwie uzupełniające się, przystające struktury złożone z ośmiościanów ściętych stykających się ścianami kwadratowymi. Struktury te dotykają się ścianami sześciokątnymi.

Wydaje mi się, że taka argumentacja jest bardziej przekonująca, bowiem rozumowanie na rzucie może być złudne. Obracanie bryłami w wyobraźni może jest trudniejsze, ale w tym przypadku pewniejsze.

Ciekawe jest, że ośmiościany ścięte wypełniające przestrzeń możemy inaczej ustawić w dwie uzupełniające się, przystające struktury. Wybierzmy tak cztery ściany ośmiościanu ściętego, by żadna para nie miała wspólnej krawędzi (są fragmentami ścian czworościanu foremnego, który można by na nim opisać). Jeżeli będziemy teraz sklejać kolejne ośmiościany ścięte tylko tymi wybranymi ścianami (pilnując, by kwadratowe ściany były zawsze pionowe lub poziome), uzyskamy strukturę, która przypomina z grubsza strukturę diamentu. Wolna przestrzeń między sklejonymi bryłami ma dokładnie ten sam kształt, co one.

Zachęcam do takiego wyobrażania sobie przestrzennych faktów. Udane wycieczki po „wirtualnych" bryłach przynoszą dużo satysfakcji.

Odniesiony do funkcjonowania organizmu ludzkiego prowadził do wizji organizmu jako układu mechanicznego, dominującej co najmniej do XIX wieku. Można by wspomnieć też o przyczynkach Kartezjusza w innych obszarach nauki. Inna sprawa, że znaczna część spuścizny została dość późno opublikowana i jej wpływ na rozwój nauki był mniejszy niż powinien.

Trwały był ton nadany ludzkiemu dążeniu do poznania prawdy: zaufanie do ludzkiego rozumu, żądanie klarowności konstrukcji intelektualnych, poddawanie wszystkich elementów wiedzy testowi radykalnego wątpienia.

Jestem, więc muszę myśleć

Taki napis pojawił się kilka lat temu na wrocławskich murach. Dobrze oddaje on współczesną pozycję kartezjańskiego racjonalizmu. Nadaje się on do formułowania nostalgicznych żartów, ale nie przemawia do wyobraźni. Można nań spojrzeć jak na pewien program badawczy, który wyczerpał swoje możliwości. Polegał on na radykalnym kwestionowaniu wcześniej akceptowanych praw i prawidłowości, na zaczynaniu niejako wszystkiego ciągle od nowa, bez oglądania się na poprzedników i uznane autorytety. Ostatecznymi sędziami pozostawały rozum, myślenie i poczucie oczywistości.

Kartezjusz mógł jeszcze uważać, że te podstawy systemu są jednakowe dla wszystkich i dlatego jego analizy mają uniwersalną wartość. Z każdym kolejnym kartezjanistą sprawa stawała się coraz mniej oczywista. Na francuskiego filozofa powoływały się bowiem wszystkie bez mała późniejsze systemy filozoficzne. Każdy ich twórca zaczynał od radykalnego zakwestionowania dokonań poprzedników, każdy przeciwstawiał im własne rozumowania i własne odczucie oczywistości, a wnioski bywały diametralnie różne.

Dodatkowo, w ostatnich dekadach – i to przez nauki ścisłe – zmuszeni zostaliśmy do akceptacji sądów dalekich od oczywistości i zgodzić się na stosowanie pojęć niejasnych dla laików. Dla uratowania racjonalnego obrazu świata konieczne stało się odwołanie do autorytetów! Co gorsza, straciliśmy wiele z pewności siebie. Nie bardzo wiemy, co oznacza słowo *ja*, a i termin *myślenie* nie jest tak jednoznaczny, jak kiedyś. Przyczyniły się do tego nauki szczegółowe – psychologia (z psychoanalizą), lingwistyka, antropologia, logika...