epsilon

12/96

(69)

Wydawać *EPSILONA* zaczęliśmy ponad pięć lat temu (jak ten czas leci...). W drugim roku epsilonowania, w grudniu, zaproponowaliśmy Czytelnikom konkurs – zestaw zadań świątecznych i odtąd co rok umieszczaliśmy w numerach grudniowych jakieś łamigłówki. Wśród odpowiedzi, które wpłynęły na nasz pierwszy konkurs, była tylko jedna w pełni poprawna – jej autorem był Waldemar Pompe, wówczas uczeń liceum, dziś stały współpracownik *Delty*. I właśnie on przysłał nam niedawno zestaw zadań z propozycją przedstawienia ich w kolejnym konkursie świątecznym. Zadania nam się bardzo spodobały – a zatem tym razem z okazji Świąt Bożego Narodzenia nie epsilonowe, ale

Waldkowe zadania na Święta

1. Sześć spośród ośmiu wierzchołków równoległościanu leży na jednej sferze. Czy równoległościan ten musi być prostopadłościanem?

2. Na bokach AD i BC równoległoboku $ABCD$ tak obrano punkty K i L, że $AK = LC$. Niech P będzie dowolnym punktem leżącym na boku CD. Prosta KL przecina proste AP i BP odpowiednio w punktach M i N. Wykazać, że

pole $\triangle AKM$ + pole $\triangle BLN$ = pole $\triangle PMN$.

3. Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC obrano (w sposób dowolny) punkt P. Niech D, E, F będą rzutami prostokątnymi punktu P odpowiednio na boki BC, CA, AB. Udowodnić, że suma pól trójkątów PAF, PBD, PCE nie zależy od wyboru punktu P.

4. Niech $n > 2$ będzie liczbą naturalną. Czy istnieją liczby całkowite x, y, z, wszystkie różne od zera, spełniające równanie:

$$(x^{2n} + y^{2n} + z^{2n})^2 = 2(x^{4n} + y^{4n} + z^{4n})\,?$$

5. Czy istnieją takie liczby naturalne $1 < k < l < n$, że liczby $\binom{n}{k}$ i $\binom{n}{l}$ są względnie pierwsze?

Tych, którym uda się rozwiązać choć część tych zadań (niekoniecznie wszystkie), zachęcamy do przysłania nam, do *EPSILONA*, rozwiązań.
Termin: 31 stycznia 1997 r.

A teraz jeszcze coś dodatkowego, od nas

Każdy, kto słyszał cokolwiek o rachunku prawdopodobieństwa, wie, że przy rzucie monetą prawdopodobieństwo wyrzucenia orła wynosi $\frac{1}{2}$. Ale błędem jest wnioskowanie z tego, że jeżeli dwa razy rzucimy monetą, to orzeł wypadnie dokładnie raz! Natomiast z twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa wynika w szczególności, że jeżeli będziemy rzucać monetą wiele razy, to iloraz liczby uzyskanych orłów przez liczbę wszystkich rzutów będzie dążył do $\frac{1}{2}$.

Osobie zbytnio ufnej w siłę rachunku prawdopodobieństwa proponujemy następującą zagadkę:

Pan Heliodor jest zapalonym szachistą, nie wyobraża sobie wieczora bez partyjki szachów. Ma dwie przyjaciółki, z którymi bardzo lubi grać: pannę Chwalisławę i pannę Dzierżysławę.

Tak się składa, że koło domu, w którym mieszka pan Heliodor, jest przystanek tramwajowy, na którym stają dwa tramwaje: linii 1 i linii 7. Panna Chwalisława mieszka blisko końcowego przystanku „jedynki", a panna Dzierżysława koło końcowego przystanku „siódemki". Tramwaje jeżdżą regularnie, z taką samą częstotliwością.

Każdego dnia wieczorem, ale o bliżej niesprecyzowanej porze – losowo, o różnych godzinach, pan Heliodor wychodzi z domu. Staje na przystanku i wsiada do pierwszego tramwaju – jeśli jest nią „jedynka", jedzie do panny Chwalisławy, jeśli „siódemka" – do panny Dzierżysławy, by zagrać codzienną partyjkę.

Wydawać by się mogło, że po pewnym czasie sytuacja ustabilizuje się i liczby wizyt u obu partnerek będą mniej więcej równe...

Otóż nie! Gdy po roku pan Heliodor dokonał obliczeń, okazało się, że u panny Dzierżysławy bywał mniej więcej dziewięć razy (!) częściej niż u panny Chwalisławy; średnio odwiedzał pannę Chwalisławę trzy razy miesięcznie, bynajmniej nie starając się panny Dzierżysławy faworyzować...

Czy oznacza to, że rachunek prawdopodobieństwa jest całkiem do niczego? Jak wytłumaczyć dziwne przygody pana Heliodora?

Odpowiedź na tę zagadkę zamieścimy w jednym z najbliższych *EPSILONÓW*.

Rozwiązania Waldkowych zadań – w marcu.

Redakcja *EPSILONA*: Krzysztof Ciesielski (naczelny), Danuta Ciesielska, Zdzisław Pogoda, Ananiasz Pośmiechowski, Marcin Poźniak.
Adres do korespondencji: K. Ciesielski, Instytut Matematyki UJ, Reymonta 4, 30-059 Kraków, z dopiskiem ε.