Rozszczepienie jąder uranu i datowanie skał

Stanisław MRÓWCZYŃSKI

Uran jest pierwiastkiem szeroko rozpowszechnionym w przyrodzie. Występuje w niewielkich ilościach w licznych minerałach jako mieszanina kilku izotopów. Przypomnę, że izotopy danego pierwiastka mają jądra atomowe o charakterystycznej dla niego liczbie protonów, która określa ładunek jądra, oraz różne liczby neutronów. Najczęściej występujące izotopy uranu, mającego 92 protony, to

$$^{234}\mathrm{U}\ (0,006\%)\,,\qquad ^{235}\mathrm{U}\ (0,720\%)\,,\qquad ^{238}\mathrm{U}\ (99,274\%)\,,$$

gdzie górny indeks oznacza liczbę masową, czyli łączną liczbę neutronów i protonów w jądrze; w nawiasie umieszczono średnie procentowe rozpowszechnienie danego izotopu.

Izotop ^{238}U podlega samorzutnemu rozszczepieniu, tzn. bez żadnego zewnętrznego oddziaływania rozpada się na dwa mniejsze jądra

$$^{238}\mathrm{U} \to {}^{A_1}X_1 + {}^{A_2}X_2\,,$$

przy czym masa każdego z produktów jest bliska połowie masy ^{238}U. Suma mas jąder $^{A_1}X_1$ i $^{A_2}X_2$ jest mniejsza niż masa ^{238}U, więc energia równoważna różnicy mas zamienia się w energię kinetyczną produktów.

Gdy uran jest domieszką materiału krystalicznego, jądra pochodzące z procesu rozszczepienia powodują mikroskopijne uszkodzenia kryształu wzdłuż torów swojego ruchu. Ślady te są zwykle trwałe; dopiero stopienie kryształu i powtórna krystalizacja usuwa je. Dzięki temu badając próbkę minerału możemy określić liczbę jąder uranu, która uległa w nim rozszczepieniu. Jest ona zatem miarą czasu, jaki upłynął od momentu, gdy początkowo gorący materiał ostygł i nastąpiła krystalizacja. Wyprowadźmy odpowiednią zależność.

Niech $N(0)$ oznacza liczbę jąder ^{238}U znajdujących się w próbce w momencie ostygnięcia. Z upływem czasu t ilość uranu zmniejszała się na skutek procesów rozszczepienia, zgodnie z wykładniczym prawem zaniku

$$N(t) = N(0)\, e^{-\lambda t}\,,$$

przy czym $\tau = 1/\lambda$ jest czasem równym $6\cdot 10^{15}$ lat. Liczba jąder, które uległy samorzutnemu rozszczepieniu po czasie t, równa jest

$$N^R(t) = N(0) - N(t) = N(t)\,\left(\mathrm{e}^{\lambda t} - 1\right).$$

Jeśli znamy $N^R(t)$ i $N(t)$, to czas t wyznaczamy jako

$$t = \tau \ln\left(1 + \frac{N^R(t)}{N(t)}\right).$$

Ponieważ czas zaniku τ jest bardzo długi, dłuższy niż wiek Wszechświata, więc tylko niewielka część jąder uranu zdoła się rozszczepić, tzn. $N(t) \gg N^R(t)$. A zatem logarytm przybliżamy przez funkcję liniową i dostajemy

$$t = \tau\,\frac{N^R(t)}{N(t)}\,.$$

Liczbę jąder uranu, które uległy rozszczepieniu, znajdujemy licząc ślady po produktach rozpadu. W podobny sposób określamy również liczbę jąder, które przetrwały. Naświetlamy próbkę strumieniem neutronów pochodzących z reaktora, czym wywołujemy

Przygody matematyki wśród ludzi (V)

(na podstawie wykładów wygłoszonych na antenie *Radia Bis*)

Wygnana królowa

Marek KORDOS

W połowie ubiegłego stulecia, wieku pary i elektryczności, triumf techniki i wiara w jej wszechmoc były całkowite, przekonanie o potencjalnym braku granic poznawczych nauki powszechne, jak też głęboka wiara – że jądrem mądrości, królową, nauką nauk jest matematyka – była ugruntowana. Co więcej, prawie jawnie wypowiadano pogląd, że do odkrycia pozostały ledwie drugorzędne detale. Nastał więc czas porządkowania, doganiania w sensie precyzji sposobu uprawiania nauki, a konkretnie – matematyki, mistrzów ze Starożytnej Grecji. Zaczęło się niebezpieczne przeglądanie się matematyki w lustrze.

Inni twierdzą, że motywem owego zaglądania sobie przez matematyków w trzewia był najbardziej bulwersujący opinię publiczną spośród matematycznych wynalazków – odkrycie geometrii nieeuklidesowej. Okazało się mianowicie, że zmieniając nieznacznie niektóre z założeń, przyjmowanych za pewniki opisujące strukturę przestrzeni, można otrzymać teorię przestrzeni równie wdzięczną, równie poprawną, jak „zwyczajna" geometria. Co gorsza: najpierw powstała jedna taka „niezwyczajna" geometria (Łobaczewski i Bolyai), później (na wyraźne polecenie służbowe Gaussa) Bernhard Riemann wyprodukował ich nieprzebrane mrowie (słynna praca *O hipotezach leżących u podstaw geometrii*). Skoro więc dla przestrzeni można było wskazać wiele opisujących ją teorii, które wykluczały się wzajemnie, przekonanie, że matematyka jest wiedzą przyrodniczą, nie dawało się utrzymać. A przecież tak pitagorejczycy, jak ludzie XVII wieku, czyli ci, którzy matematykę ufundowali, mieli się za badaczy przyrody, natury.

Pogodzenie się matematyki z przyrodoznawstwem zaproponował Hermann Helmholtz – w pracy, o tytule naśladującym tytuł pracy Riemanna, *O faktach, które leżą u podstaw geometrii* pisze on, że geometria (i zresztą cała matematyka) są dla przyrodoznawstwa skrzynką z narzędziami – przyrodnik sięga po takie narzędzie, jakie jest mu w danej chwili potrzebne, lub – częściej – jakie bardziej lubi i umie stosować. W zasadzie to samo twierdził 2200 lat wcześniej Arystoteles, ale wtedy był zdecydowanie w mniejszości. Takie postawienie sprawy jednak jeszcze wyostrzyło pytanie, czym są i co opisują teorie matematyczne.

Czy jednak była to pycha matematyków, czy utrata związku z naturą przez matematykę, tak czy owak pytania o sens uprawianej dyscypliny stały się bardzo na czasie, a odpowiedzi na nie coraz bardziej konieczne. Nie sposób jest dziś stwierdzić, czy droga, jaką matematyka wybrała dla siebie, była najlepsza z możliwych. Sto lat temu jednak wybór został dokonany i dziś można już tylko odnotować jego konsekwencje.

Wybór ten kazał traktować matematykę jak najbardziej formalnie, wręcz jako teorię napisów, a za podstawową dyscyplinę matematyki (podstawową w tym sensie, że wszelkie inne w niej szukać mają potwierdzenia i kryteriów prawdziwości swoich stwierdzeń) uznano teorię mnogości, czyli teorię zbiorów. Wybór ten okazał się ze wszech miar nieszczęśliwy. Z tym jednak, że pierwsze nieodwracalne objawy nieszczęścia odnotowano dopiero w latach trzydziestych XX wieku (Kurt Gödel), a ostateczne ciosy padły w latach sześćdziesiątych (Paul Cohen).

Nieszczęścia te to zawiedzione nadzieje: okazało się, że nasze formalne teorie nigdy nie będą tak eleganckie, jak tego od nich zażądaliśmy, że prawdziwość stwierdzeń o całej matematyce musi być tak samo warunkowa, jak poszczególne twierdzenia tej matematyki (czyli: sami musimy przyjąć jakieś założenia i dopiero z nich w sposób pewny uzyskujemy następne fakty), wreszcie, że różnych matematyk jest tak samo wiele, jak samych teorii matematycznych w obrębie każdej z nich.

Z ewentualnych przyczyn wymienionych nieszczęść na pierwszym miejscu wymieniłem pychę, a to z dwóch powodów. Pierwszy to mądrość ludowa – pycha jest pierwszym i najcięższym grzechem: za nią to został szatan strącony do piekieł. Jest jednak i drugi powód, znacznie bardziej dla ogółu ludzi znaczący. Otóż znajdujący się w uprzywilejowanej sytuacji – tzn. nauczający najważniejszego, jak sądzono, przedmiotu – nauczyciele matematyki dali w przeciągu stulecia piękny pokaz tego, jak może się komu przewrócić w głowie. Od połowy XIX stulecia program powszechnego

procesy rozszczepienia, lecz nie samorzutnego, tylko indukowanego. Pewna komplikacja wiąże się z faktem, że rozszczepieniu spowodowanemu przez neutrony podlega izotop 235, nie zaś 238. (Ta własność sprawia, że uran wykorzystywany w reaktorach czy bombach atomowych jest wzbogacany, tzn. zawiera znacznie więcej izotopu 235 niż uran naturalny.) Znając liczbę neutronów, którymi naświetlono próbkę, oraz prawdopodobieństwo zajścia reakcji można wyznaczyć ilość uranu 235. Korzystając ze średniego stosunku zawartości ^{235}U do ^{238}U, który wynosi $7 \cdot 10^{-3}$, znajdujemy, jak dużo uranu 238 przetrwało w próbce.

A jak w praktyce wygląda wyznaczanie wieku minerału? Przygotowuje się niewielkie jego plasterki o starannie wypolerowanych powierzchniach. Ślady jąder pochodzących z procesów rozszczepienia ujawniają się zwykle po wytrawieniu powierzchni. Substancję trawiącą i sposób przeprowadzenia tej operacji (czas, temperatura, itd.) wybiera się w zależności od typu badanego minerału. Na przykład, dla apatytu, minerału fosforanowego występującego w skałach magmowych, stosuje się słaby roztwór kwasu azotowego, a trawienie w temperaturze pokojowej trwa kilka minut. Przeglądając pod mikroskopem wytrawione płytki wyznacza się liczbę śladów rozszczepienia na jednostkę powierzchni. Ślady mają kształt krótkich igiełek, więc płytka przypomina podłogę pod choinką. Następnie próbkę naświetla się neutronami z reaktora, powtórnie wytrawia i przegląda pod mikroskopem, aby ustalić, ile igiełek przybyło. Wiek minerału jest proporcjonalny do stosunku liczb śladów po samorzutnym i indukowanym rozszczepieniu.

W przeciwieństwie do innych metod radiochemicznego datowania skał, opisany sposób pozwala określić czas, jaki upłynął nie od powstania samego materiału, lecz od momentu, gdy materiał ten ostygł i skrystalizował. Dzięki temu badanie śladów po procesach rozszczepienia umożliwia, na przykład, odtworzenie geologicznej historii obszarów wulkanicznych.

Rozwiązanie zadania F 439. Z równania

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$$

otrzymujemy

$$(E - m_0c^2)(E + m_0c^2) = p^2c^2 .$$

Ponieważ $E_k = E - m_0c^2$, otrzymujemy

$$E_k = \frac{p^2}{m_0 + \frac{E}{c^2}} .$$

W szczególnej teorii względności mamy

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad \text{oraz} \qquad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} ,$$

otrzymujemy więc wzór, który należało udowodnić. W granicy małych prędkości ($v/c \ll 1$) przechodzi on we wzór

$$E_k \approx \frac{p^2}{2m_0} ,$$

gdzie $p = m_0 v$. Z kolei w granicy $v \to c$ otrzymujemy

$$E_k \approx mc^2 .$$