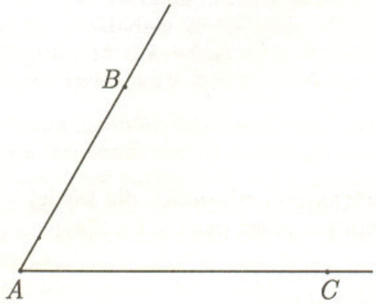
# mała delta

## Trysekcja kąta

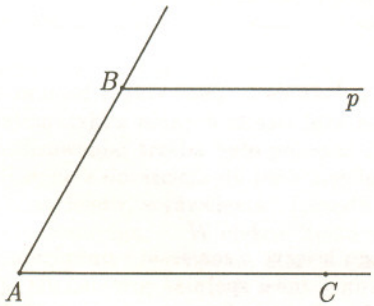
Niemal każdy słyszał, że trysekcji kąta nie da się wykonać za pomocą cyrkla i linijki. Matematyk, przy którym wspomni się o wykonywaniu trysekcji cyrklem i linijką, otrząśnie się ze wstrętem i nie będzie w ogóle chciał o tym dyskutować.

Gdy ołówek, którym kreślimy linie, wykorzystamy do zaznaczenia na linijce długości jednego odcinka, to trysekcja będzie możliwa. O tym wie już zapewne mniej osób. Tymczasem konstrukcja jest bardzo łatwa.



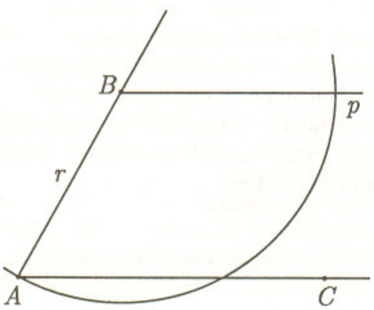

Rys. 1

Na ramionach danego kąta obieramy punkty $B$ i $C$, a wierzchołek kąta oznaczamy przez $A$ (rys. 1). Przez punkt $B$ prowadzimy półprostą $p$ równoległą do ramienia $AC$ (patrz rys. 2). W punkcie $B$ wbijamy nóżkę cyrkla i rysujemy okrąg o promieniu $r = BA$ (rys. 3). Teraz następuje kluczowy moment konstrukcji: na linijce zaznaczamy odcinek o długości $AB$. Następnie rysujemy taką prostą $k$ przechodzącą przez punkt $A$, żeby odcinek $DE$ (patrz rys. 4) miał taką samą długość, jak odcinek $AB$. (Tego kroku konstrukcji nie dałoby się wykonać zwyczajną linijką).




Rys. 2

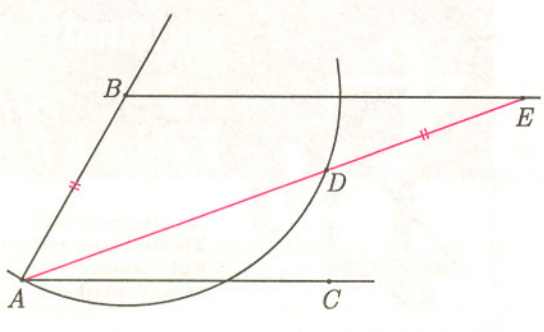
I to już koniec, kąt $EAC$ jest równy jednej trzeciej kąta $BAC$. Żeby udowodnić poprawność konstrukcji, dorysujmy jeszcze jedną kreskę (proszę spojrzeć na rys. 5). Kąty $EAC$ i $AEB$ są oba równe pewnemu kątowi $\alpha$ (jako kąty naprzemianległe przy prostych równoległych). Ze sposobu konstrukcji wynika, że trzy odcinki $AB$, $DE$ i $BD$ mają długości równe promieniowi $r$ narysowanego okręgu. Zatem trójkąty $ADB$ i $BED$ są równoramienne. Stąd wynika, że $\angle ADB = \angle DAB = 2\alpha$, a więc kąt $BAC = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$ jest trzy razy większy od kąta $EAC$.



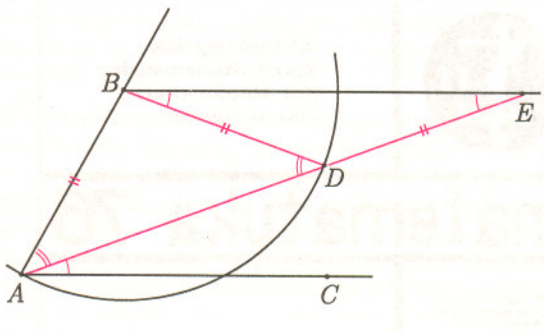

Rys. 3

**Uwaga.** Konstrukcję trysekcji kąta wymagającą kreślenia oprócz prostych i okręgów także tzw. konchoidy Nikomedesa, czyli konchoidy prostej, znano już w starożytności; jej opis można odnaleźć np. w książce Marka Kordosa *Wykłady z historii matematyki*. Konchoida (dosłownie: krzywa muszlowa) to krzywa, którą można rysować taką właśnie linijką z zaznaczonymi dwoma punktami. Gdy linijka przechodzi przez ustalony punkt, a jednym z zaznaczonych punktów wodzimy po danej krzywej, to drugi z zaznaczonych punktów zakreśla konchoidę tej krzywej.

Nietrudno zauważyć, że w konstrukcji zaprezentowanej powyżej zamiast konchoidy prostej używa się konchoidy okręgu, zwanej ślimakiem Pascala: najważniejszy punkt, $E$, leży właśnie na przecięciu półprostej $p$ i jednej z konchoid okręgu $O(B, r)$.




Rys. 4




Rys. 5

*Małą Deltę przygotował Paweł STRZELECKI*