

Odwracam się ze wstrętem i przerażeniem od tych godnych optakiwania wrzodów, funkcji ciągłych nigdzie nieróżniczkowalnych...

Zaś du Bois Reymond pisał o funkcji Weierstrassa tak:

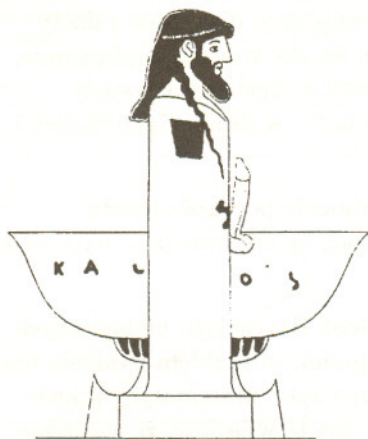
...jest to jeden z najbardziej poruszających wyników współczesnej matematyki, że jedna funkcja może być we wszystkich punktach swego przedziału ciągła, nie mając dla żadnego punktu tego przedziału pochodnej.

Dalej jednak przestrzegał:

Wydaje mi się, że w metafizyce funkcji Weierstrassa tkwi jakaś zagadka i nie mogę uchronić się przed myślą, że zagłębienie się w ten przykład doprowadzi do granicy naszego intelektu.

Wbrew przestrogom du Bois Reymonda matematycy intensywnie badali funkcje ciągłe nigdzie nieróżniczkowalne, i to z niezłym skutkiem. Ukazało się wiele prac, w których ulepszano i uogólniano stare wyniki, konstruowano nowe przykłady oraz całe klasy przykładów, badano strukturę zbioru funkcji ciągłych nigdzie nieróżniczkowalnych. Warto zaznaczyć, że istotny wkład w rozwój tych badań wnieśli matematycy polscy (wśród nich Auerbach, Banach, Kaczmarz, Marcinkiewicz, Mazurkiewicz, Orlicz, Ruziewicz, Saks, Sierpiński, Steinhaus i Zygmund). Okazało się, na przykład (to polski wynik), że tytułowych bohaterów (tzn. funkcji ciągłych bez pochodnej w żadnym punkcie) jest wśród funkcji ciągłych w pewnym sensie o wiele więcej, niż porządných funkcji różniczkowalnych choćby w jednym punkcie. Funkcje ciągłe nigdzie nieróżniczkowalne mają też swoją realizację w naturze, np. jako trajektorie ruchów Browna.

Podkreślmy na koniec, że funkcje ciągłe bez pochodnych nie są obecnie tematem prac tylko z historii matematyki. W rozwijającej się teorii chaosu czy w badaniach fraktali takie funkcje pojawiają się w naturalny sposób. Wiele ich własności pozostaje jeszcze do odkrycia. Poszukiwacze laurów i sławy mogą np. spróbować udowodnić otwartą hipotezę głoszącą, że wymiar Hausdorffa wykresu funkcji $W(x)$ jest równy $2 + \frac{\log a}{\log b}$.



Polecamy *Foton*

Od kilku lat Zofia Gołąb-Meyer, przy wsparciu Instytutu Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, wydaje dwumiesięcznik *Foton* – pismo dla nauczycieli fizyki i ich uczniów. W lutym 1996 roku ukazał się już 40. numer *Fotonu*. Warto w nim polecić artykuł Andrzeja Warczaka o Röntgenie (z okazji 100. rocznicy odkrycia promieni rentgenowskich) i Barbary Blicharskiej o oddziaływaniu promieniowania elektromagnetycznego na organizmy żywe oraz zbiór podstawowych wielkości fizycznych i jednostek stosowanych w dozymetrii. Michał Przaszałowicz w postaci autodialogu przedstawił *Studia Matematyczno-Przyrodnicze* na UJ. Numer 41 nosi nazwę *Info-foton*. Jego tematem wiodącym są fraktale oraz zastosowania komputerów w matematyce i fizyce. Andrzej Dyrek przedstawił program „*Mathematica – System do uprawiania matematyki na komputerach*”. Stałe działy: *Co nowego w fizyce?*, *Listy*, *Zadania*, *Co czytać*, *Różności itp.*, czynią z *Fotonu* pismo godne polecenia uczniom i nauczycielom fizyki. *Foton* można zaprenumerować wysyłając 10 zł za kolejnych sześć numerów na konto: *Foton* – Zofia Gołąb-Meyer, PBK SA w Warszawie, III Oddział w Krakowie, nr rachunku 373407-412294-136 lub przekazem pocztowym pod adresem: Zofia Gołąb-Meyer, 30-327 Kraków, ul. Biała Droga 5.

