



Rozwiązanie zadania F 438.

Zakładamy, że nukleon może znajdować się w dowolnym miejscu wewnątrz jądra, a więc nieoznaczoność jego położenia jest rzędu średnicy jądra. Przyjmijmy, że pęd jest tego samego rzędu co nieoznaczoność pędu. Z zasady nieoznaczoności dostajemy

$$p \approx \frac{\hbar}{d}$$

Oszacujemy prędkość nukleonu

$$v \approx \frac{\hbar}{md}$$

gdzie $m \approx 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg. Otrzymujemy

$$v \approx 10^6 \text{ m/s,}$$

czyli ruch nukleonu jest nierelatywistyczny. Oszacujemy energię kinetyczną nukleonu

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2}{2md^2} \approx 10 \text{ MeV.}$$

Ponieważ nukleon w jądrze znajduje się w stanie związonym, wartość bezwzględna jego energii potencjalnej (czyli głębokość studni potencjału) jest nie mniejsza od energii kinetycznej. Głębokość studni potencjału daje przybliżoną wartość energii wiązania nukleonu. Z danych doświadczalnych wiemy, że dla większości jąder energia wiązania jest równa 8 MeV, a więc powyższe, proste oszacowanie jest dość dobre. Gdyby elektron był zlokalizowany w jądrze, musiałby być ultrarelatywistyczną cząstką o energii rzędu 0,1 GeV, czyli o rzędu wielkości większą od energii wiązania na jedną cząstkę. (W pierwszych modelach jądra atomowego zakładano, że składa się ono z protonów i elektronów.)

Gigantyczna katastrofa, która zaważyłaby na losach Ziemi, to temat bardzo frapujący. Nic dziwnego, że ciągle trwają próby wykrycia na Ziemi śladów katastrofy kosmicznej, która mogłaby swoim zasięgiem objąć całą naszą planetę i spowodować np. gwałtowny koniec ery mezozoicznej ze wszystkimi tego konsekwencjami. Jednak np. słynny krater w Arizonie jest śladem katastrofy zbyt słabej i jest zbyt mały na to, by być odpowiedzialnym za wyginięcie dinozaurów. Ślad katastrofy globalnej musi być dużo większy, ale też znacznie starszy i przez to trudniej widoczny. Śladów spadków wielkich meteorów w odległej geologicznej przeszłości Ziemi właściwie niepodobna rozpoznać stojąc na jej powierzchni, tak są silnie zerodowane. Dopiero zdjęcia lotnicze lub satelitarne ukazują dziwnie regularne ich szczątkowe struktury.

Chyba najczęściej ostatnio się mówi o regularnej wielopięścieniowej strukturze odkrytej przy brzegu Jukatana. Badacze są zgodni, że miał tam miejsce upadek wyjątkowo wielkiej masy, a rozbieżności dotyczą tylko wielkości owej masy. Krater ten, a raczej to, co z niego zostało, nosi nazwę Chicxulub, od nazwy miejscowości, w pobliżu której się znajduje. Większość jego obszaru leży w oceanie i jest on właściwie całkiem niedostrzegalny, a o jego istnieniu świadczą skrupulatne pomiary zaburzeń lokalnego pola grawitacyjnego i magnetycznego. Na ich podstawie oceniono na 180 km średnicę trzeciego, i prawdopodobnie zewnętrznego, pierścienia tej struktury.

Jednak około trzech lat temu grupa amerykańskich i meksykańskich geologów doniosła, że Chicxulub może mieć nawet 300 km średnicy. Takie rozmiary może mieć czwarty pierścień, którego śladów dopatrzono się na podstawie nowych pomiarów prowadzonych od 1990 r. Pierścień o średnicy 180 km byłby wtedy nie pierścieniem zewnętrznym, lecz obrzeżem dziury powstałej w wyniku bezpośredniego uderzenia. Według opinii badaczy, ten głęboki, lecz niestabilny krater następnie zaważył się tworząc depresję o rozmiarach niemal dwukrotnie większych. Jeśli tak, to trzeba na nowo ocenić energię potrzebną do wytworzenia takiej struktury. Poprzednie oceny dawały wynik rzędu 10^{13} ton trotylu (jak kto woli: 10 Tt TNT), krater 300-kilometrowy potrzebowałby do swojego powstania co najmniej pięć razy tyle. Chicxulub stałby się w ten sposób jednym z największych kraterów uderzeniowych w całym Układzie Słonecznym – przynajmniej na planetach typu Ziemi (tj. także Merkury, Wenus, Mars).

Sprawa, oczywiście, nie jest przesądzona. Inni badacze bowiem wręcz wątpią w istnienie 300-kilometrowego pierścienia. Nie wiadomo też, czy wybitcie w Ziemi nawet tak wielkiego krateru to już katastrofa globalna. Ludzkość ma małą praktykę z tego rodzaju zjawiskami – zresztą całe szczęście.

Tomasz KWAST



Rozwiązanie zadania F 437. Z zasady zachowania energii mamy

$$E = \frac{1}{2}m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + V(r),$$

gdzie $V(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}$, M jest masą gwiazdy, m – masą planety, E – energią planety, a L – jej momentem pędu (te dwie wielkości są stałymi ruchu). Prędkość $\frac{dr}{dt}$ ma maksymalną wartość tam, gdzie $V(r)$ jest minimalny. Różniczkując $V(r)$ i przyrównując do zera otrzymujemy

$$r_m = \frac{L^2}{GMm^2}$$

Dla ruchu po elipsie w polu siły grawitacji prawdziwe są wzory

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

oraz

$$\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}},$$

gdzie ϵ jest mimośrodem elipsy. Dostajemy stąd

$$a(1 - \epsilon^2) = r_m.$$

Ponieważ równanie elipsy we współrzędnych biegunowych ma postać

$$r = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos \theta},$$

otrzymujemy

$$r = \frac{r_m}{1 + \epsilon \cos \theta}.$$

W interesujących nas punktach $\cos \theta$ musi zniknąć, a więc $\theta = \pi/2$ lub $\theta = 3\pi/2$.

II sposób: Różniczkując względem czasu równanie elipsy otrzymujemy

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a(1 - \epsilon^2)\epsilon \sin \theta}{(1 + \epsilon \cos \theta)^2} \frac{d\theta}{dt} = \frac{r^2 \epsilon \sin \theta}{a(1 - \epsilon^2)} \frac{d\theta}{dt}.$$

Pochodną $\frac{d\theta}{dt}$ możemy wyznaczyć z momentu pędu (stała ruchu)

$$l = mr^2 \frac{d\theta}{dt}.$$

Wynika stąd, że

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\epsilon l \sin \theta}{ma(1 - \epsilon^2)}.$$

A zatem maksymalna wartość bezwzględna prędkości radialnej odpowiada kątom θ o wartości $\pi/2$ lub $3\pi/2$.