

# Obserwacja kondensacji Bosego–Einsteina

Krzysztof BYCZUK

Wiele lat temu Richard Feynman wyraził pogląd, iż niemożliwe jest w pełni zrozumieć mechanikę kwantową. To, co potrafimy robić, to z większym lub mniejszym sukcesem używać matematycznego formalizmu oraz obserwować zjawiska dostępne w eksperymencie. Dlatego też każde nowe doświadczenie, które potwierdza tę dziwną teorię (mechanikę kwantową), jest gorąco witane przez fizyków.

Latem 1995 roku grupa badaczy z Colorado University (USA) zaobserwowała po raz pierwszy zjawisko kondensacji cząstek kwantowych zwane *kondensacją Bosego–Einsteina*. Tym samym doświadczenie to poszerzyło listę eksperymentów potwierdzających prawdziwość mechaniki kwantowej. Co więcej, uczeni ci odnieśli podwójny sukces. Oprócz przeprowadzenia tego fundamentalnego eksperymentu udało im się także pokonać szereg trudności technologicznych i otrzymać ekstremalnie niską temperaturę w układzie, wynoszącą około 1 nK ( $= 10^{-9}$  K). Zjawisko kondensacji Bosego–Einsteina zostało przewidziane teoretycznie w 1924 roku przez Satyendranatha Bosego i Alberta Einsteina. Tak więc uczeni potrzebowali ponad 70 lat, aby zrealizować ten pomysł w praktyce. W swoim artykule zamierzam opowiedzieć o tym doświadczeniu, lecz najpierw włączmy maszynę czasu i cofnijmy się o 70 lat, aby zrozumieć, co to jest kondensacja Bosego–Einsteina.

W mechanice kwantowej pojęcie toru ruchu cząstki nie ma sensu. Możemy jedynie przewidywać, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że cząstka będzie tu albo tam. Nie wiemy natomiast, jaką drogę wybrała cząstka, aby tam dotrzeć. Wyobraźmy teraz sobie, że mamy wiele jednakowych cząstek. Słowo jednakowe oznacza, że wszystkie cząstki wyglądają tak samo. Załóżmy, że w pewnej chwili znamy położenia każdej z cząstek. Jeśli po jakimś czasie ponownie określimy położenia wszystkich cząstek, to i tak nie jesteśmy w stanie powiedzieć, która cząstka odpowiada której z konfiguracji początkowej. Oznacza to, że cząstki kwantowe są nierozróżnialne. Zauważmy, że w mechanice klasycznej sytuacja jest zupełnie odmienna. Mając  $N$  jednakowych kul bilardowych możemy śledzić ruch każdej z nich oddzielnie i w ten sposób rozróżnić, która kula wpadła w którą dziurę. Nierozróżnialność cząstek kwantowych wynika tylko z reguł mechaniki kwantowej, a nie z niedoskonałości naszej aparatury.

Nierozróżnialność cząstek ma bardzo istotny wpływ na ich fizyczne własności. Okazuje się mianowicie, że istnieją dwa rodzaje cząstek. Jedne z nich nazywamy fermionami, a drugie bozonami. Fermionami są cząstki o spinie połówkowym ( $\sigma = (k + \frac{1}{2}) \hbar$ ), natomiast bozony mają spin całkowity ( $\sigma = k\hbar$ ). Na przykład elektrony są fermionami o spinie  $1/2$ , co oznacza, że rzut wektora spinu na oś  $z$  jest  $+1/2$  lub  $-1/2$ , czyli jest skwantowany. Mówimy wtedy, że elektron może być w stanie kwantowym o spinie  $+1/2$  lub  $-1/2$ .

Spin cząstki jest to wielkość wektorowa występująca tylko w mechanice kwantowej. Każda cząstka ma spin o pewnej wartości. Dokładniej mówiąc, mierzymy maksymalną długość rzutu wektora spinu na pewną oś (np. oś  $z$ ). Wynik podajemy w jednostkach  $\hbar = h/2\pi$ , gdzie  $h$  jest stałą Plancka.

Bozonem jest foton o spinie jeden, ale też w pewnym przybliżeniu np. atom helu.  $^4\text{He}$  składa się z 6 fermionów (2 protony, 2 neutrony

## Podróż Ulyssesa

Tomasz KWAST

Jeśli ktoś wyobraża sobie przestrzeń międzyplanetarną jako niezmierną, spokojną próżnię przesywaną od czasu do czasu jedynie przez drobne ciała meteorowe, to jest po prostu w błędzie. Wiemy już od dość dawna, że Słońce stanowi środek ogromnego bąbla w ośrodku międzygwiazdowym, wypełnionego plazmą wiatru słonecznego. Ten nieustający strumień jonów i elektronów jest przedłużeniem korony słonecznej, której temperatura, wynosząca milion kelwinów, zapewnia wydajne jonizowanie wszelkich obecnych tam atomów i rozpędzanie ich do prędkości setek km/s. Wiatr słoneczny jest silnie zmienny w czasie – to wiemy dzięki pomiarom wykonanym przez sztuczne satelity. Wiadomo też, że musi on do pewnego stopnia „słuchać się” słonecznego pola magnetycznego (albo pole to w jakiś sposób modyfikować), ponieważ plazma zachowuje się w nim jak galareta ślizgająca się po elastycznych strunach symbolizujących linie pola. Wreszcie obserwacje korony słonecznej (czy to przy zaćmieniach Słońca, czy w nowszych czasach za pomocą koronografów) ukazywały jej, zmienną zresztą – asymetrię, z czego wypływał wniosek, że charakter wiatru słonecznego musi zależeć od szerokości heliograficznej miejsca obserwacji. Tego dotychczas nie mieliśmy możliwości sprawdzić, ponieważ wszelkie sondy badające Układ Słoneczny, ze zrozumiałych powodów, odbywały loty w płaszczyźnie ekliptyki.

Sytuacja się zmieniła. W październiku 1990 r. z pokładu promu kosmicznego Discovery wysłano sondę Ulysses, której głównym zadaniem było wykonanie badań ośrodka międzyplanetarnego poza płaszczyznę ekliptyki, docelowo nawet nad biegunami Słońca. Aparaturę Ulyssesa stanowiły: licznik cząstek pyłu, kilka liczników cząstek naładowanych nastawionych na różne zakresy energii tych cząstek (w tym zdolnych do określenia składu chemicznego wiatru słonecznego), miernik kierunku i natężenia pola magnetycznego, czujniki promieniowania X,  $\gamma$  i fal plazmowych oraz odbiornik promieniowania radiowego. Ponieważ bezpośrednie wprowadzenie sondy na okołosłoneczną orbitę biegunową jest poza możliwościami współczesnych raket, wykorzystano do tego celu Jowisza.

Ulysses poleciał w pierw znaną trasą ku Jowiszowi. Dopiero przeleciawszy koło niego w lutym 1992 r. („Patrz w niebo”, *Delta* 3/1996), dzięki jego grawitacji wypadł z płaszczyzny Układu Słonecznego wszedłszy na orbitę niemal do niej prostopadłą. 13 września 1994 r. Ulysses osiągnął nieco ponad 80° szerokości heliograficznej południowej w odległości 2,3 j.a. od Słońca. Lecąc dalej po dość silnie spłaszczonej elipsie przeciął płaszczyznę ekliptyki w połowie marca 1995 r. i osiągnął 80° szerokości heliograficznej północnej 31 lipca 1995 r. Tak zostały wykonane pierwsze bezpośrednie pomiary własności ośrodka międzyplanetarnego nad oboma biegunami Słońca!

Oto niektóre wyniki misji Ulyssesa. Opuszczając Jowisza sonda rejestrowała prędkość wiatru słonecznego na poziomie 400 km/s. W miarę oddalania się od płaszczyzny Układu Słonecznego Ulysses zaczął rejestrować na przemian prędkość wiatru tę właśnie i w przybliżeniu dwukrotnie większą, wreszcie w dużej szerokości heliograficznej rejestrowany był tylko wiatr o dużej prędkości. Taki wynik pomiarów zgadzał się z przewidywaniami, według których w płaszczyźnie równikowej linie pola magnetycznego przebiegają nieradialnie (wskutek obrotu Słońca) stanowiąc dla wiatru przeszkodę, podczas gdy w pobliżu biegunów linie pola są niemal radialne i wiatr może wypływać swobodnie. Paradoksalne może się przy tym wydawać, że najszybciej wiatr wypływa z chłodnych obszarów korony, tzw. dziur koronalnych. Paradoks znika jednak, gdy rozpatrzyć, co jest przyczyną, a co skutkiem. Otóż przyczyną szybkiego wypływu jest radialność pola magnetycznego, tzn. brak przeszkód, a to pociąga za sobą szybkie chłodzenie się tych właśnie obszarów korony. Dlatego np. na zdjęciach Słońca w promieniowaniu rentgenowskim dziury koronalne widać jako ciemne plamy. To, że Ulysses rejestrował na przemian wiatr szybki i powolny, wynikało z rotacji Słońca: jego oś magnetyczna nie pokrywa się z osią obrotu i dlatego sonda przez pewien czas była „owiewana” na przemian wiatrem pochodzącym z okolic równika (magnetycznego), powolnym, i z okolic biegunowych, a więc szybkim.

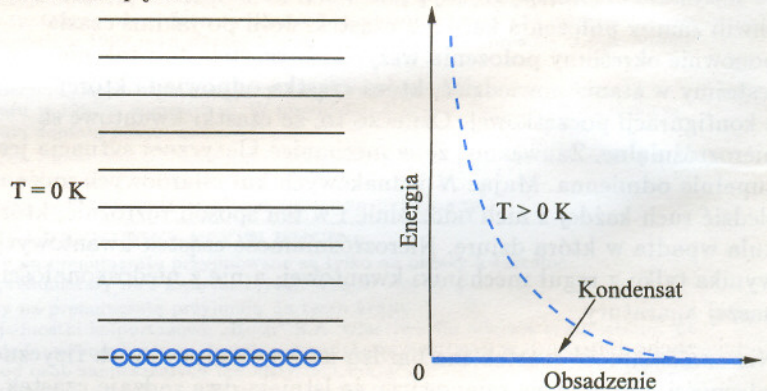
Ulysses lecąc nad biegunem południowym Słońca niemal wręcz „zobaczył”, jak – zgodnie z przewidywaniami – wzdłuż spiralnie opasujących Słońce linii pola

i 2 elektrony), każdy o spinie 1/2. Ponieważ spiny dodają się jak wektory, więc z sześciu liczb  $\pm 1/2$  zawsze otrzymamy tylko liczbę całkowitą. Dla  $^4\text{He}$  spiny ustawiają się tak, że dają w sumie zero, a więc jest to bozon.

Jeśli chcemy obliczyć, jaka jest energia układu zawierającego  $N$  jednakowych cząstek kwantowych, to musimy wiedzieć, ile cząstek w układzie ma pęd  $p_1, p_2$  itd. Innymi słowy, konfiguracja liczb  $\{N_{p_1}, N_{p_2}, \dots, N_{p_k}, \dots\}$  będzie określała stan całego układu, gdzie  $N_p$  jest liczbą cząstek o pędzie  $p$ . Na przykład, energia będzie równa  $E = \sum_p \frac{p^2}{2m} N_p$ .

I w tym miejscu pojawia się główna różnica między bozonami a fermionami. W przypadku bozonów dowolna ich liczba może mieć pęd  $p$ , czyli  $N_p$  jest dowolną liczbą naturalną (lub zerem). Jeśli chodzi o fermiony, to tylko jedna cząstka może być w danym stanie kwantowym o pędzie  $p$  i spinie  $\sigma$ . Innymi słowy,  $N_p = 0$ , gdy nie ma fermionów o pędzie  $p$ ,  $N_p = 1$ , gdy jest jeden fermion o pędzie  $p$  i spinie  $+1/2$  lub  $-1/2$  oraz  $N_p = 2$ , gdy są dwa fermiony o pędzie  $p$ , jeden o spinie  $+1/2$ , drugi o spinie  $-1/2$ . Opisana reguła stanowi tzw. zakaz (zasadę wykluczania) Pauliego.

W stanie podstawowym ( $T = 0$ ) energia układu musi być najmniejsza, więc wszystkie bozony będą obsadzały stan z pędem  $p = 0$ , czyli będą spoczywały i ciśnienie takiego gazu będzie zerowe (rys. 1). Z powodu zakazu Pauliego tylko dwa fermiony o spinie  $\pm 1/2$  mogą mieć pęd  $p = 0$ , a pozostałe będą obsadzały kolejne stany z większymi pędami aż do poziomu zwanego poziomem Fermiego. Schematycznie zaznaczyliśmy to na rysunku 2. Widzimy, że większość fermionów porusza się sprawiając, że ciśnienie takiego gazu jest niezerowe. To jest przyczyna, dla której gwiazdy neutronowe nie zapadają się pod wpływem własnej siły grawitacji. W niezerowych temperaturach sposób obsadzeń stanów o danym  $p$  ulega zmianie i schematycznie przedstawiliśmy to na rysunkach 1 i 2 linią przerywaną. Część cząstek przebywa w stanach o większych wartościach pędu.

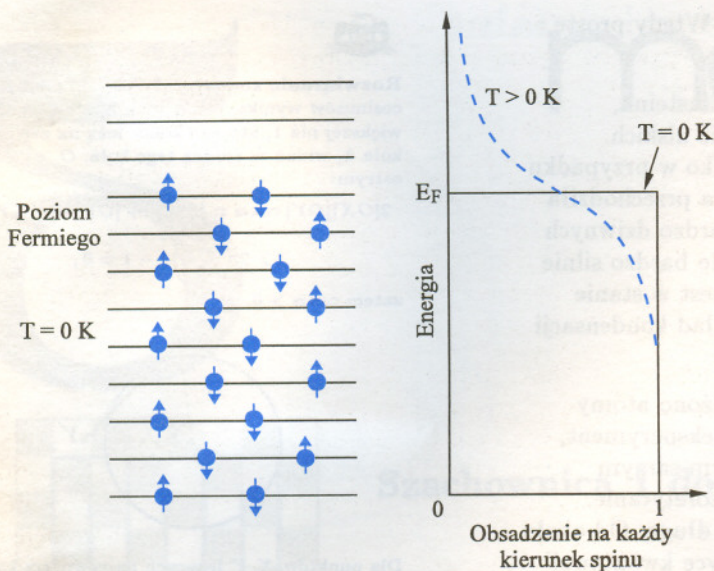


Rys. 1. Rozkład bozonów w temperaturach: zerowej i większej od 0 K. Gruba pozioma kreska w zerowej energii oznacza kondensację Bosego–Einsteina poniżej temperatury krytycznej.

Przyjrzyjmy się dokładnie bozonom w niezerowych temperaturach. Okazuje się, że wtedy najwięcej cząstek jest w stanie o pędzie  $p_0 = 0$ , ale również bardzo dużo jest ich w stanie o pędzie  $p_1$ , który jest bardzo blisko  $p_0$ .

Zakładamy tutaj, że cząstki są zamknięte w pudle o dużej, lecz skończonej objętości. Wtedy składowe wektora pędu przyjmują tylko wartości dyskretne (są skwantowane) podobnie jak np. energia w atomie wodoru.

Kolejne stany o wyższych pędach są obsadzone również przez dużą liczbę bozonów, aczkolwiek liczba obsadzeń ma tendencję malejącą.



Rys. 2. Rozkład fermionów (elektronów) w temperaturach: zerowej i większej od 0 K.

Teraz możemy wyjaśnić, co to jest kondensacja Bosego–Einsteina. Otóż, jest to zjawisko polegające na tym, że poniżej pewnej temperatury  $T_c$ , zwanej temperaturą krytyczną, stan o pędzie  $p_0 = 0$  jest obsadzany przez makroskopową liczbę cząstek. Innymi słowy, stan ten ma liczbę obsadzeń  $N_{p_0}$  znacznie większą niż pozostałe stany, tzn.

$$N_{p_0} \gg N_{p_1}, N_{p_2}, \dots$$

Okazuje się, że bozony lubią gromadzić się w tym samym stanie tworząc coś, co nazywamy kondensatem. Mówimy, że bozony kondensują, gromadzą się w stanie o najniższej energii. To zjawisko jest kwantowym przejściem fazowym pierwszego rodzaju.

Czynnikiem odpowiedzialnym za kondensację jest kwantowa natura cząstek i nic poza tym.

Zgodnie z klasyfikacją przejść fazowych Ehrenfesta przemianę fazową nazywamy przemianą  $n$ -tego rodzaju, jeśli potencjał termodynamiczny jest ciągły wraz z pochodnymi do rzędu  $n - 1$  włącznie, natomiast  $n$ -ta pochodna jest nieciągła. Najprostszym przykładem przemiany pierwszego rodzaju jest wrzenie cieczy w temperaturze niższej od krytycznej. Wygodnym potencjałem termodynamicznym jest wtedy energia swobodna Gibbsa  $G$  zależna od temperatury  $T$ , ciśnienia  $p$  i liczby cząstek  $N$ . Pochodna  $\left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{T,p}$  nosi nazwę potencjału chemicznego i jest w punkcie przemiany ciągła, natomiast pochodne względem  $p$  i  $T$  są nieciągłe, pierwsza z nich określa różnicę gęstości obu faz, druga – ciepło przemiany.

Szczegółowe obliczenia teoretyczne pokazują, że zjawisko kondensacji będzie zachodziło, gdy spełniony zostanie następujący warunek

$$\lambda^3 n = 2,612.$$

We wzorze tym  $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}$  jest tzw. termiczną długością fali, będącą odpowiednikiem długości fali de Broglie’a dla pojedynczej cząstki o masie  $m$ , natomiast  $n = N/V$  jest gęstością cząstek w układzie,  $T$  jest temperaturą, a  $k_B$  jest stałą Boltzmanna. Widzimy, że  $n \sim \xi^{-3}$ , gdzie  $\xi$  jest średnią odległością między cząstkami. Tak więc kondensacja Bosego–Einsteina zachodzi wtedy, gdy długość termiczna fali staje się porównywalna ze średnią odległością między cząstkami  $\lambda \sim \xi$ . Może to zajść wtedy, gdy albo gęstość  $n$  jest bardzo duża, albo temperatura  $T$  jest bardzo niska. Załóżmy więc, że gęstość cząstek (niech będą nimi atomy rubidu, z którymi wykonano doświadczenie) jest dana, np.  $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ,

magnetycznego przemieszczają się zgęszczenia plazmy. Było to możliwe dzięki rejestracji radiowej emisji tych zgęszczeń. Obserwacje wyraźnie pokazały też, jak zgęszczenia te w miarę oddalania się od Słońca stygną emitując coraz dłuższe fale radiowe.

Zaskoczeniem natomiast było stwierdzenie bardzo szybkich fluktuacji kierunku linii pola nad biegunami, i to w skalach czasowych zarówno sekund, jak i godzin. Przypisuje się to turbulencjom w wietrze powstającym przy oddziaływaniu strumieni wiatru szybkiego z powolnym. Bowiem nie tylko pole magnetyczne kieruje ruchem plazmy, ale i plazma może modyfikować kształt pola, jeżeli tylko ma na to dość energii. To samo zjawisko tłumaczy też jeszcze inny nieoczekiwany fakt. Mianowicie, gdyby pole magnetyczne Słońca w pobliżu biegunów tworzyło znany każdemu z czasów szkolnych gładki „lejek”, to cząstki promieniowania kosmicznego mogłyby tam właśnie łatwo wzdłuż linii pola docierać w pobliże Słońca. W przypadku Ziemi tak właśnie jest: cząstki (co prawda, nie promieniowania kosmicznego, lecz głównie wiatru słonecznego) łatwo wpadają do atmosfery w okolicach polarnych wywołując często tam obserwowane zorze. Tymczasem nad biegunami Słońca Ulysses zarejestrował znacznie mniej cząstek promieniowania kosmicznego niż oczekiwano. To właśnie chaotyczny (w małej skali) przebieg linii pola stanowi tu dla nich przeszkodę. Inaczej mówiąc, wysokoenergetyczne cząstki promieniowania kosmicznego „odczuwają” ten lejek linii pola jako bardzo „chropowaty” i dlatego dużo z nich jest z powrotem odrzucanych w przestrzeń.

Jak dotąd, aparatura Ulyssesa działa bez zarzutu. Przedstawione tu niektóre wstępne wyniki jego misji przypadają na okres Słońca spokojnego. Jeżeli sonda dotrwa do lat 2000/2001, to jej następny przelot nad biegunami Słońca wypadnie w okresie aktywności (obieg Ulyssesa wokół Słońca trwa 6,2 lat, czyli jest w przybliżeniu równy połowie cyklu słonecznego). Nie będzie już wtedy jedynym urządzeniem śledzącym Słońce z Kosmosu. Ostatnio European Space Agency wystrzeliła sondę Solar and Heliospheric Observatory (o oficjalnym skrótce – uwaga! – SOHO). Nawet zresztą lecąc daleko od Słońca Ulysses nie będzie próżnował monitorując systematycznie własności ośrodka międzyplanetarnego.

oraz że znamy masę molową cząstki  $m_{Rb} = 85,5$  g. Wtedy proste oszacowania pokazują, że  $T_c \sim 10^{-6}$  K.

Tak więc, aby zaobserwować kondensację Bosego–Einsteina, musimy schłodzić układ do temperatur ekstremalnie niskich. Dotychczas udawało się to zjawisko obserwować tylko w przypadku atomów  $^4\text{He}$ . Poniżej temperatury  $T_c = 2,19$  K ciecz przechodziła do nowego stanu, zwanego stanem nadciekłym o bardzo dziwnych własnościach makroskopowych. Jednakże atomy  $^4\text{He}$  bardzo silnie oddziałują ze sobą i tylko 10% wszystkich cząstek jest w stanie z  $p = 0$  dla  $T = 0$  K. Nie jest więc to idealny przykład kondensacji Bosego–Einsteina.

W doświadczeniu wspomnianym we wstępie ochłodzono atomy  $^{87}\text{Rb}$ . W warunkach, w jakich przeprowadzono ten eksperyment, można przyjąć, że są to cząstki nieoddziałujące. Tym samym wynik powinien być zbliżony do przewidywanego teoretycznie. Prace nad otrzymaniem kondensatu trwały bardzo długo. Od około 15 lat było to marzenie fizyków pracujących w optyce kwantowej i fizyce atomowej. Największe trudności polegały na utrzymaniu atomów w małym obszarze przestrzeni oraz na ich ochłodzeniu. Stosując metody chłodzenia laserowego (w których spowalniano atomy za pomocą wiązki światła) oraz chłodzenia ewaporacyjnego (odparowywanie najszybszych cząstek) udało się otrzymać ekstremalnie niskie temperatury. W szczególności zaobserwowano, że w układzie zawierającym około 5 000 atomów  $^{87}\text{Rb}$  aż 500 z nich (czyli 10%) poniżej  $T_c = 180$  nK obsadza stan o najniższej energii, a pozostałe były rozsypane po stanach o wyższych energiach. Co więcej, gdy obniża się temperaturę do zera, to liczba cząstek w tym stanie wzrasta do prawie 100%. Późniejsze eksperymenty dotyczyły aż 30 000 atomów. Inne grupy zaobserwowały kondensacje atomów innych pierwiastków (np. litu czy sodu). Musimy jednak pamiętać, jak trudny jest to eksperyment. Tylko 3 laboratoria na świecie są przygotowane do jego przeprowadzenia.

Doświadczenie to z pewnością przejdzie do historii jako kolejny dowód na prawdziwość mechaniki kwantowej, a autorzy, być może, doczekają się wielu prestiżowych nagród. Ważne jest też, że otwiera ono szereg nowych projektów badawczych dotyczących poznania własności fizycznych kondensatu. Praktycznie na razie nie wiemy nic na ten temat. Ani jak kondensat oddziałuje ze światłem, ani jak wygląda dokładnie przebieg przejścia fazowego w czasie. Jakie są własności termodynamiczne takiego układu, czy takie jak przewiduje teoria Bosego i Einsteina? Lista otwartych pytań i propozycji byłaby zapewne dłuższa niż ten artykuł. Mamy jednak nadzieję, że poinformujemy naszych Czytelników za kilka lat, na jakie pytania udało się już znaleźć odpowiedź.

\*\*\*\*\*

W moich starych notatkach odnalazłem następujący dowód twierdzenia Pitagorasa.

Odkładamy  $BD = BE = BC = a$  (patrz rysunek; oznaczenia standardowe,  $\delta = \angle AEC$ ). Wtedy trójkąty  $ACD$  i  $AEC$  są podobne (ponieważ  $(180^\circ - 2\gamma) + (180^\circ - 2\delta) = 180^\circ$ , więc  $90^\circ - \gamma = \delta$ ). Wobec tego

$$\frac{c-a}{b} = \frac{b}{c+a},$$

czyli  $c^2 = a^2 + b^2$ .

Nie wiem, czy powyższy dowód jest gdzieś w literaturze; jako miniatura matematyczna wydaje się być godny *Delt*y.

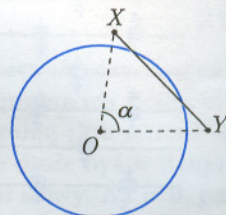
Werner MNICH



**Rozwiązanie zadania M 787.** Z twierdzenia cosinusów wynika, że odcinek  $XY$  o długości nie większej niż 1, którego końce leżą na zewnątrz koła  $k$ , widać ze środka tego koła,  $O$ , pod kątem ostrym:

$$2|OX||OY| \cos \alpha = |OX|^2 + |OY|^2 - |XY|^2 > 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1 = 0,$$

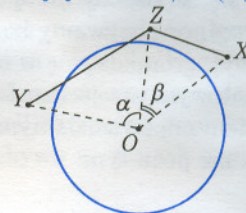
zatem  $\cos \alpha > 0$ .



Dla punktów  $X, Y$  leżących na zewnątrz koła  $k$  możemy wprowadzić pseudoodległość  $d(X, Y)$  równą mierze kąta skierowanego  $XOY$ . Spełnia ona, oczywiście, nierówność trójkąta, tzn. dla dowolnych punktów  $X, Y, Z$  (leżących poza kołem  $k$ ) mamy

$$d(X, Z) \leq d(X, Y) + d(Y, Z).$$

Niech  $X, Y$  będą tymi spośród punktów  $A, B, C, D$ , pomiędzy którymi pseudoodległość  $d$  jest największa. Jednak na mocy wcześniejszego spostrzeżenia albo  $d(X, Y) \leq \pi/2$ , albo dla pewnego  $Z \in \{A, B, C, D\}$  zachodzi  $d(X, Z) < \pi/2$ ,  $d(Z, Y) < \pi/2$ , co na mocy nierówności trójkąta dowodzi, iż  $d(X, Y) < \pi$ .



Zatem prosta prostopadła do dwusiecznej kąta  $XOY$  i przechodząca przez środek koła  $k$  spełnia warunki zadania.