

Protokół posiedzenia Jury

Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki

Jury Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki, obradujące dnia 13 września 1995 r. w Toruniu, w składzie: Jerzy Bednarczuk, Antoni Leon Dawidowicz – przewodniczący, Marek Kordos, Andrzej Mąkowski, Agnieszka Wojciechowska, Michał Wojciechowski i Jarosław Wróblewski,

wziąwszy pod uwagę dobór tematu, poziom pracy i przebieg obrony postanowiło przyznać:

- 1) złoty medal i nagrodę w wysokości 250 złotych Tomaszowi Osmanowi, uczniowi klasy trzeciej I LO im. Stefana Żeromskiego w Kielcach za pracę *Wielowymiarowe uogólnienie twierdzenia Bezouta*,
- 2) srebrny medal i łączną nagrodę w wysokości 200 złotych Krzysztofowi Krupińskiemu, uczniowi klasy czwartej I LO im. Stefana Żeromskiego w Jeleniej Górze oraz Karolowi Tokarczykowi, uczniowi klasy czwartej XIV LO im. Polonii Belgijskiej we Wrocławiu za wspólną pracę *Nakładanie się wielu figur wewnątrz wielokątów*,
- 3) brązowy medal i nagrodę w wysokości 150 złotych Rafałowi Łochowskiemu, uczniowi klasy piątej Zespołu Szkół Elektronicznych im. Bohaterów Westerplatte w Radomiu za pracę *Zależności między zbieżnością lub rozbieżnością pewnych szeregów*,
- 4) wyróżnienie i nagrodę 80 złotych Ewie Mazurkiewicz, uczennicy klasy trzeciej I LO im. Stanisława Staszica w Lublinie za pracę *Wzory Viete'a w trójkącie*,
- 5) dyplom uczestnictwa w finale Rafałowi Kałuży, uczniowi klasy drugiej LO im. majora H. Sucharskiego w Sierpcu,
- 6) nagrody w wysokości 80 złotych każda opiekunom prac: Barbarze Białeckiej, Tadeuszowi Hajdakowi, Zbigniewowi Karczmarczykowi i Jerzemu Zarembie.

(-) podpisy członków Jury

Tradycyjnym zwyczajem redakcja *Delty* ogłasza Konkurs Uczniowskich Prac z Matematyki. Zachęcamy uczniów zainteresowanych matematyką do opracowywania swoich matematycznych rozważań i nadsyłania rezultatów do redakcji *Delty*. Poniżej przypominamy szczegółowo regulamin konkursu.

Regulamin Konkursu Uczniowskich Prac z Matematyki

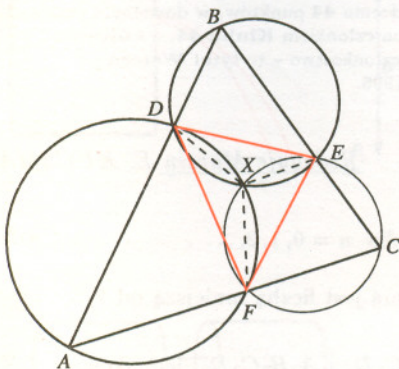
1. Konkurs organizowany jest corocznie przez Zarząd Główny Polskiego Towarzystwa Matematycznego i redakcję miesięcznika *Delta*, przy poparciu Ministerstwa Edukacji Narodowej.
2. W konkursie mogą brać udział uczniowie wszystkich typów szkół.
3. Konkurs składa się z eliminacji i finału.
4. W eliminacjach bierze udział każdy uczeń, który w terminie do 1 maja prześle pod adresem redakcji *Delty* jeden egzemplarz swojej pracy matematycznej. Do pracy należy dołączyć następujące informacje: adres prywatny autora, klasa, nazwa i adres szkoły; imię, nazwisko i adres opiekuna pracy.
5. Praca powinna zawierać samodzielny wkład ucznia i pełną informację o źródłach, z których korzystał jej autor. Prace czysto kompilacyjne nie będą dopuszczone do finału konkursu.
6. Prace nadesłane na eliminacje zostaną ocenione przez Jury Konkursu i kompetentnych recenzentów. Te spośród prac, które spełniają warunki konkursu, zostaną zakwalifikowane przez Jury do finału. Finał odbędzie się w trakcie dorocznej Sesji Naukowej Polskiego Towarzystwa Matematycznego.
7. Zawiadomienia o zakwalifikowaniu do finału zostaną przesłane autorom prac i ich opiekunom przed końcem roku szkolnego.
8. Finałiści i opiekunowie ich prac otrzymają od Zarządu Głównego PTM zaproszenia do udziału w Sesji na koszt Towarzystwa.
9. Finał polega na wygłoszeniu (nie odczytaniu) przez ucznia, podczas specjalnego otwartego posiedzenia sesji, referatu (trwającego nie dłużej niż 15 minut) i wzięciu udziału w dyskusji na temat, któremu poświęcona była praca.
10. Rezultaty finału oceni Jury Konkursu. Jury będzie brało pod uwagę, oprócz merytorycznej wartości pracy, również samodzielność i oryginalność ujęcia tematu oraz przebieg referatu i dyskusji. Jury przyznaje medale: złoty, srebrny i brązowy, wyróżnienia oraz nagrody pieniężne ufundowane przez Ministerstwo Edukacji Narodowej.
11. Ogłoszenie wyników finału następuje w trakcie Walnego Zgromadzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Medale wręcza Prezes Towarzystwa. Wszyscy uczestnicy finału otrzymują dyplomy.
12. Wyniki konkursu i skrót zwycięskiej pracy będą opublikowane w miesięczniku *Delta*.
13. Jury Konkursu jest powoływane przez Zarząd Główny PTM na wniosek Komitetu Redakcyjnego *Delty*.



Rozwiązanie zadania M 759.

Punkt wspólny okręgu opisanego na trójkącie ADF i okręgu opisanego na trójkącie BDE , różny od D , oznaczmy przez X . Na czworokątach $ADXF$ i $BEXD$ można opisać okręgi, więc

$$|\angle DAF| + |\angle DXF| = |\angle DBE| + |\angle DXE| = 180^\circ.$$



Zatem

$$\begin{aligned} |\angle FCE| + |\angle FXE| &= \\ &= (180^\circ - |\angle BAC| - |\angle ABC|) + \\ &+ (360^\circ - |\angle DXF| - |\angle DXE|) = \\ &= 540^\circ - (|\angle DAF| + |\angle DXF|) - \\ &\quad - (|\angle DBE| + |\angle DXE|) = \\ &= 540^\circ - 180^\circ - 180^\circ = 180^\circ, \end{aligned}$$

więc i na czworokącie $CFXE$ można opisać okrąg. Punkt X leży zatem również na okręgu opisanym na trójkącie CEF , co trzeba było wykazać.



Rozwiązanie zadania F 420.

Ponieważ pocisk porusza się ze stałym przyspieszeniem g , możemy napisać

$$\mathbf{v}_k - \mathbf{v}_0 = \mathbf{g}t, \quad \mathbf{v}_k + \mathbf{v}_0 = \frac{2\mathbf{s}}{t}.$$

Mnożąc te równania skalarnie i wektorowo dostajemy

$$v_k^2 - v_0^2 = 2g \cdot s, \quad \mathbf{v}_k \times \mathbf{v}_0 = \mathbf{g} \times \mathbf{s}.$$

Ostatnie równanie można napisać

w postaci: $v_k v_0 \sin \beta = gR$, gdzie β jest kątem pomiędzy wektorami prędkości końcowej i początkowej.

Z zasady zachowania energii mamy

$v_k = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Widać, że zasięg jest maksymalny, gdy $\sin \beta = 1$, tzn. gdy prędkość końcowa jest prostopadła do początkowej. Jest on równy

$R_{\max} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Mnożąc pierwsze z równań skalarnie i wektorowo przez v_0 dostajemy

$$\text{oraz} \quad v_0 = g t_{\max} \sin \alpha_{\max}$$

$$\text{a stąd} \quad v_k = g t_{\max} \cos \alpha_{\max},$$

$$\text{oraz} \quad \operatorname{tg} \alpha_{\max} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

$$t_{\max} = \frac{1}{g} \sqrt{2(v_0^2 + gh)}.$$