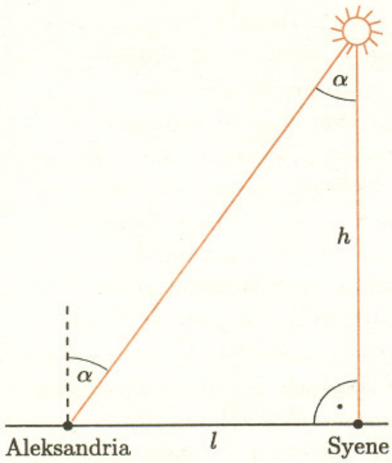
Czy Ziemia jest okrągła czy płaska i ile wynosi odległość jej od Słońca?

Jedna i ta sama obserwacja może doprowadzić do zupełnie odmiennych wniosków zależnie od przyjętych założeń. Stwierdzenie to doskonale ilustrują rozważania dwóch starożytnych mędrców.

Anaksagoras, żyjący w V wieku p.n.e, był pierwszym, który twierdził, że Księżyc świeci odbitym światłem Słońca. Wskazał też prawdziwą przyczynę zaćmień. Wierzył natomiast, jak i wielu jemu współczenych, że Ziemia jest płaskim dyskiem, Słońce zaś rozpalonym kamieniem. Czyż gorące meteoryty dowodnie na to nie wskazywały? Twierdził również, że Słońce jest wielkości Półwyspu Peloponeskiego, a do wniosku tego doprowadziło go przypuszczalnie następujące rozumowanie.



Rys. 1.

Anaksagoras wiedział, a przynajmniej mógł wiedzieć, że najdłuższego dnia lata, w południe Słońce wisi dokładnie nad głowami mieszkańców Syene – miasta nad górnym Nilem niedaleko dzisiejszego Assuanu – tak, że można jego odbicie zobaczyć w studni. Natomiast w Aleksandrii tego samego dnia, o tej samej porze promienie Słońca odchylają się od pionu o kąt α równy jednej pięćdziesiątej kąta pełnego. Przy założeniu płaskości Ziemi mógł z łatwością stwierdzić, rozważając trójkąt prostokątny (rys. 1), że wysokość Słońca nad Ziemią jest równa

$$h = l \operatorname{ctg} \alpha \,,$$

gdzie l jest odległością z Aleksandrii do Syene. Ponieważ kąt α jest niewielki, znajdujemy

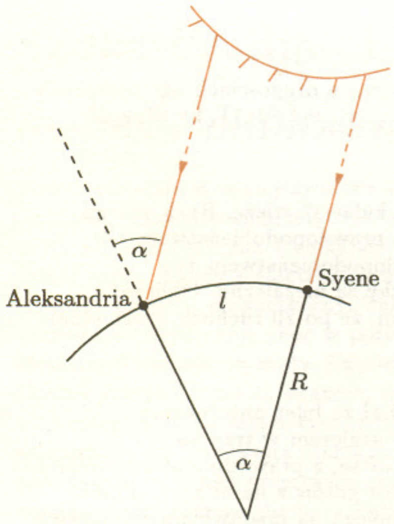
$$h \approx \frac{50}{2\pi} l \approx 8l \,.$$

Anaksagoras posunął się zapewne dalej w swych wywodach. Znając już odległość do Słońca oraz jego średnicę kątową β równą jednej siedemsetnej kąta pełnego, mógł wyliczyć promień Słońca jako

$$R_\odot = h \sin \frac{\beta}{2} \approx 0{,}035l \,.$$

Ponieważ dystans między Aleksandrią a Assuanem wynosi około 800 km, odległość do Słońca wedle tych obliczeń wyniesie $h \approx 6400$ km, a jego promień $R_\odot$ będzie miał około 29 km. Rozmiary Peloponezu są w istocie z grubsza dwa razy większe.

Anaksagoras przyjaźnił się blisko z potężnym Peryklesem. Przeciwnicy polityka uznali obrazoburcze poglądy uczonego, który Słońcu i Księżycowi odebrał atrybuty boskości, za dobrą okazję do ataku. Oskarżyli Anaksagorasa, podobnie jak później Sokratesa, o bezbożność, powodując jego wyjazd z Aten. Mędrzec dokonał żywota w rodzinnej Jonii. Swą ostatnią wolą zarządził, żeby rocznicę jego śmierci czcić dniem wolnym od szkoły.



Rys. 2.

Dwa wieki później Eratostenes wysnuł zupełnie inne wnioski ze wspomnianych informacji. Przyjął, zgodnie z dominującym już wówczas poglądem, że Ziemia jest kulą. Założył dodatkowo, że Słońce jest dostatecznie daleko, aby jego promienie docierające do Ziemi uznać za równoległe. Był świadom również, że Syene i Aleksandria leżą, w przybliżeniu, na tym samym południku. Rozważania Eratostenesa, wielokrotnie opisane w literaturze, a zilustrowane na rysunku 2, pozwoliły określić rozmiar Ziemi. Jeśli wycinek okręgu między Aleksandrią i Syene przybliżyć odcinkiem, to promień Ziemi jest równy

$$R = \frac{l/2}{\sin(\alpha/2)},$$

co dla małych kątów daje

$$R \approx \frac{l}{\alpha} \approx \frac{50}{2\pi} l \approx 8l.$$

Podstawiwszy liczbową wartość l otrzymujemy poprawną, oczywiście, wielkość promienia. Eratostenes podał swój wynik w stadiach, czyli stadionach. Jakkolwiek nie wiemy, ilu dokładnie kilometrom on odpowiadał, był z pewnością bliski rzeczywistości.

Widzimy, że Eratostenes znalazł tę samą wielkość co Anaksagoras, lecz ją zupełnie inaczej zinterpretował. Historia jemu przyznała rację, choć trudno przecież odmówić logiki domniemanemu rozumowaniu poprzednika.

Małą Deltę przygotował Stanisław MRÓWCZYŃSKI

Rozwiązanie zadania M 755. Zaproponowana strategia kończy się szczęśliwie z prawdopodobieństwem 1/3. Wykażemy, że na więcej nie można liczyć.

Obierzmy dowolną strategię. Niech $X_0 = 5$, X_n niech oznacza stan naszej kieszeni po n rozgrywkach, A_n niech będzie kwotą stawianą w n-tej rozgrywce, X zaś niech oznacza końcowy rezultat. Z nierówności Czebyszewa mamy $EX \geq 10P(X \geq 10)$, gdzie $P(X \geq 10)$ jest prawdopodobieństwem szczęśliwego zakończenia gry.

Ponieważ $EX_n = EX_{n-1} - EA_n/3$, więc

$$EX_n = EX_0 - \frac{E(A_1 + A_2 + \cdots + A_n)}{3} = 5 - \frac{E(A_1 + A_2 + \cdots + A_n)}{3}.$$

Stąd

$$EX = 5 - \frac{1}{3}E\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leq 5 - \frac{1}{3} \cdot 5 = 10/3,$$

bo aby gra się zakończyła, musimy albo spłukać się do czysta, albo uciułać co najmniej dodatkowe 5 zł – tak czy inaczej musimy w czasie całej gry postawić co najmniej 5 zł. Przeto prawdopodobieństwo tego, że zyskami z hazardu wesprzemy przedsiębiorstwo komunikacyjne, jest równe

$$P(X \geq 10) \leq \frac{1}{10}EX \leq \frac{1}{3},$$

czego należało dowieść.

Odcinek dla poczty	Odcinek dla posiadacza rachunku	Potwierdzenie dla wpłacającego
Zł	Zł	Zł ....
słownie złotych	słownie złotych	słownie złotych
Dokładny adres .... wpłacający	Dokładny adres .... wpłacający	Dokładny adres .... wpłacający ....
na r-k AMOS	na r-k AMOS	na r-k AMOS
Dokładna nazwa 01-806 Warszawa ul. Zuga 12	Dokładna nazwa 01-806 Warszawa ul. Zuga 12	Dokładna nazwa 01-806 Warszawa ul. Zuga 12
nazwa banku PKO VIII O/W-wa	nazwa banku PKO VIII O/W-wa	nazwa banku PKO VIII O/W-wa
Nr r-ku 1586-77578-136	Nr r-ku 1586-77578-136	Nr r-ku 1586-77578-136
stempel .... podpis przyjmującego	stempel .... podpis przyjmującego	stempel .... podpis przyjmującego
Pobrano opłatę zł	Pobrano opłatę zł	Pobrano opłatę zł ....