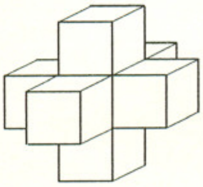
epsilon

10/95

(55)

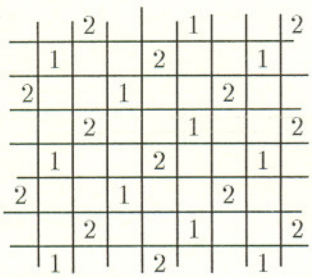
Przestrzenny parkietaż

Parę lat temu, przeglądając zbiór zadań *Zarubieżnyje matematiczeskije olimpiady*, natknąłem się na następujące zadanie:
Do każdej ściany sześcianu o krawędzi 1 dobudowujemy sześcian przystający do danego. Otrzymamy więc przestrzenny „krzyż” taki, jak na rysunku 1. Czy takimi krzyżami można wypełnić szczelnie całą przestrzeń?



Rys. 1

Zadanie to bardzo mi się spodobało, byłem ogromnie ciekawy jaka jest odpowiedź. Niestety, w owym zbiorku rozwiązanie tego zadania nie zostało opublikowane. Parę miesięcy później to samo zadanie znalazłem w innym zbiorku, również rosyjskim, tym razem jednak autorzy umieścili rozwiązanie. Odnalazłem więc je i przeczytałem – było zadziwiająco krótkie! Oto ono:
Można. Rozbijmy przestrzeń na „warstwy”, każda grubości 1, *a każdą warstwę rozbijmy na jednostkowe sześciany* (*jedna z tych warstw – widok z góry – jest przedstawiona na rysunku* 2). *Ponumerujmy warstwy od dołu do góry; jeśli warstwa jest oznaczona numerem nieparzystym, to krzyże o środkach w tej warstwie umieśćmy tak, by ich środkowe sześciany pokrywały się z sześcianami o numerach* 1, *jeśli zaś warstwa ma numer parzysty, to umieśćmy środki krzyży tam, gdzie znajdują się sześciany oznaczone numerem* 2.



Rys. 2

Rozwiązanie wydało mi się nietrywialne i bardzo eleganckie. Postanowiłem więc podzielić się zadaniem z moimi paroma kolegami.

Fragmenty listów czytelników do gazety „Polityka”, opublikowanych w dniu 28.07.1984

„Im bardziej wgłębiałam się w tajniki matematyki, tym więcej rósł mój niepokój. Poczucie absurdu, bezsensu...”

„Znałem kilku doskonałych matematyków (podobno sam byłem w tym kierunku uzdolniony), ale na ogół byli to ludzie życiowo nieporadni, a nawet (co gorsza) nie znający podstawowych zasad współżycia międzyludzkiego, co w najlepszym razie lokowało ich w kategorii dziwaków.”

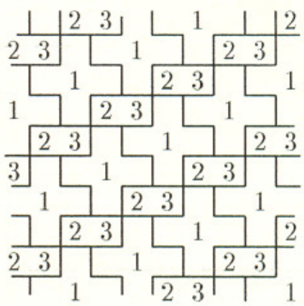
„Kto chce się zajmować matematyką dla niej samej, niech się zajmuje, ale niech nie twierdzi, że bez znajomości geometrii Łobaczewskiego czy Riemanna, bez znajomości całki Lebesgue'a, przestrzeni Banacha i płaszczyzn Hilberta nie można się nauczyć logicznego myślenia. Wręcz przeciwnie, jałowe trawienie czasu nad nieprzydatnymi w praktyce przemyśleniami, prowadzi do patrzenia na ten sam przedmiot z takiej wysokości, że poza niewyraźnym konturem obserwowanego przedmiotu widać tylko siną dal, w którą ulotniła się logika.”

„Kończąc, chciałbym rozprawić się z rozpropagowanym przez fetyszystów matematyki mitem, jakoby matematyka była królową nauk.”

Gdy parę dni później tłumaczyłem rozwiązanie jednemu z nich, zająknąłem się w pewnym momencie i stwierdziłem, że chyba jednak nie pamiętam rozwiązania. Po powrocie do domu odnalazłem je w owym zbiorku i okazało się, że jest ono nieprawidłowe! Zachęcam Czytelników do przyjrzenia się powyższemu „rozwiązaniu” i odnalezienia dość subtelnie ukrytego błędu.

Znowu więc zacząłem się zastanawiać, jaka jest odpowiedź na postawione w zadaniu pytanie. Tym razem jednak postanowiłem przyjrzeć się bliżej zadaniu i w efekcie udało mi się je rozwiązać, a w zasadzie poprawić powyższe „rozwiązanie”. Spróbujmy więc zabudować przestrzeń naszymi krzyżami.

Podobnie jak wyżej, zbudujemy najpierw warstwy, którymi później wypełnimy szczelnie przestrzeń. W tym celu umieśćmy środki krzyży w miejscach oznaczonych na rysunku 3 numerem 1. Otrzymamy więc warstwę, która ma otwory w kształcie kostek domina (na rysunku 3 liczby 2 i 3) oraz wystające z obu stron sześciany jednostkowe (w miejscach, gdzie na rysunku 3 jest liczba 1). Pozostało więc szczelnie złączyć warstwy, co pozostawiam Czytelnikowi.



Rys. 3

Waldemar POMPE

Redakcja *EPSILONA*: Krzysztof Ciesielski (naczelny), Danuta Ciesielska, Zdzisław Pogoda, Ananiasz Pośmiechowski, Marcin Poźniak.
Adres do korespondencji: K. Ciesielski, Instytut Matematyki UJ, Reymonta 4, 30-059 Kraków, z dopiskiem ε.