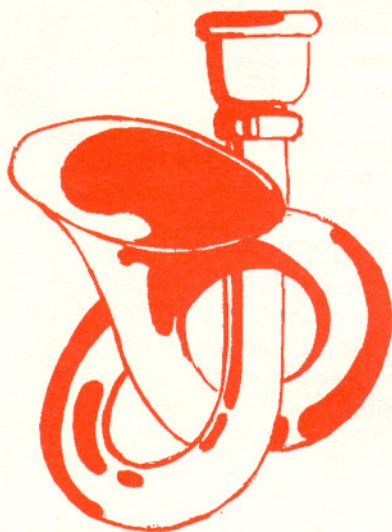


Po co puzoniście znać paradoks Olbersa?

czyli XIV Krakowska Letnia Szkoła Kosmologii w Łodzi

Konrad RUDNICKI



Rozwiązanie zadania M 747. Załóżmy, że $k \in A_p \cap A_q$, czyli istnieją takie liczby naturalne m i n , że $[mp] = k = [nq]$. Wówczas

$$\begin{aligned} m+n &> \frac{[mp]}{p} + \frac{[nq]}{q} = \\ &= k \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) = \\ &= k > \frac{mp-1}{p} + \frac{nq-1}{q} = \\ &= m+n-1, \end{aligned}$$

więc k znajduje się między dwiema kolejnymi liczbami naturalnymi. To jednak jest niemożliwe, bo k jest liczbą naturalną. Uzyskana sprzeczność dowodzi, że $A_p \cap A_q = \emptyset$.

Założmy teraz, iż $k \in \mathbb{N} \setminus (A_p \cup A_q)$.

Wśród liczb $1, 2, \dots, k$ jest $\left\lfloor \frac{k+1}{p} \right\rfloor$ liczb ze zbioru A_p oraz $\left\lfloor \frac{k+1}{q} \right\rfloor$ liczb ze zbioru A_q , bowiem

$$\begin{aligned} mp \leq k &\Leftrightarrow mp < k+1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow m < \frac{k+1}{p} \Leftrightarrow m \leq \left\lfloor \frac{k+1}{p} \right\rfloor. \end{aligned}$$

Ponieważ dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y zachodzi nierówność $[x] + [y] \geq [x+y] - 1$, więc

$$\begin{aligned} \left\lfloor \frac{k+1}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{k+1}{q} \right\rfloor &\geq \\ &\geq \left[(k+1) \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \right] - 1 = k. \end{aligned}$$

Skoro k nie należy ani do A_p , ani do A_q , to któraś z liczb $1, 2, \dots, k-1$ musi należeć zarówno do A_p , jak i do A_q , co przeczy pierwszej części zadania. Zatem $A_p \cup A_q = \mathbb{N}$.

Uwaga: Czytelnik zechce w powyższym dowodzie wskazać wszystkie miejsca, w których wykorzystano niewymierność liczb p i q .

Grecka muza Enterpe opiekowała się poezją liryczną, inna, Polihymnia – śpiewami liturgicznymi, Klio – historią, a muza Urania – geometrią i astronomią. Ogółem muz reprezentujących różne świeckie oraz sakralne nauki i sztuki było dziewięć i wszystkie pod batutą samego Apolla uprawiały to, co od muz biorąc początek, do dziś się nazywa *muzyką*. Jeszcze w okresie renesansu zaliczano matematykę i astronomię do *sztuk* wyzwolonych, ale od XIX wieku przyjęło się uważać naukę za coś różnego od sztuki.

Jeśli się jeszcze mówiło o sztuce lekarskiej czy matematycznej, to tylko w znaczeniu przenośnym. Oczywiście, fizyk mógł kochać sztukę i do sformułowania jakiegoś nowego prawa mógł mu pomóc wysłuchany koncert lub obejrzana rzeźba, ale to ostatnie się zaliczało do przeżyć czysto osobistych. A zasadą było, aby przy badaniu natury świata zewnętrznego nie uwzględniać człowieka, a zwłaszcza jego świata odczuć, w tym – odczuć artystycznych. Wpadało badać świat *jako taki* tak, jakby człowieka na nim w ogóle nie było. Słowem, po wiekach przesadnej dumy, że świat został stworzony z myślą o człowieku, nastąpiła moda na przesadną ludzką skromność. Utrwaliło się przekonanie, że istnienie człowieka wraz z jego myśleniem, odczuwaniem i impulsami woli, nie ma żadnego znaczenia dla *obiektywnie* istniejącego świata. Nawet badając psychikę artysty, wypadało wykluczać artystyczne skłonności zglębiającego ją psychologa. Nauka stała się *rzeczowa* i sucha. Tak jak Grecy dzielili całość rzeczywistości na świat podksiężycowy (z materii ważkiej) i ponadksiężycowy (z materii nieważkiej), tak obecnie podzielono świat na obiektywny, zawierający to, co fizyczne, oraz subiektywny, zawierający ludzkie odczucia artystyczne, wyobrażenia i inne, nie istniejące materialnie rzeczy. (Pomijam dla prostoty pytanie, gdzie w tym podziale umieścić obiekty badań matematycznych.)

Coś się zmieniło, kiedy odkryto zasadę antropiczną. Okazało się mianowicie, że aby we Wszechświecie mogły zaistnieć twory mające cechy ludzkie, a więc istoty inteligentne, mające pasję badawczą i do tego materialne (nie jacyś aniołowie!), muszą być spełnione określone warunki. W miarę postępu badań przekonano się, że są to bardzo ściśle warunki określające wszystkie prawa fizyki, a nawet stałe fizyczne. Dało się to sformułować w paradoksalnej wypowiedzi, że dokładną wartość stałej grawitacji można wyprowadzić z faktu, iż ją znamy. Stało się wtedy jasne, że istnienie człowieka z jego psychicznym zamiłowaniem do badania rzeczywistości ma jakiś (nadający się do różnej interpretacji) związek z tej rzeczywistości istnieniem.

Był to jeden ze zwrotnych momentów w historii podejść badawczych. Znal się on czasowo dość dokładnie z uświadomieniem sobie, że podział nauki na coraz węższe specjalności prowadzi do pojawienia się uczonych, co wiedzą coraz więcej w coraz węższym zakresie, czyli do takich, którzy *w granicy* będą wiedzieli wszystko o niczym. Aby tego uniknąć, stały się modne wszelkiego rodzaju badania i narady interdyscyplinarne, na przykład znane, krakowskie Konwersatoria Interdyscyplinarne prowadzone w ciągu wielu lat przez Michała Hellera i Józefa Życińskiego. Nieśmiało zaczęły się też pojawiać imprezy integrujące naukę ze sztuką. Pojawiło się przekonanie, że aby poznać rzeczywistość, należy ją nie tylko ująć rozumowo, ale i przeżyć artystycznie. Naprzeciw temu wyszli artyści twierdząc, że nauki takie, jak matematyka czy fizyka pozwalają im rozwinąć subtelniejsze poczucie piękna. Stąd, między innymi, Halina Tomasik wykladała przez lata teorię antyprzestrzeni i geometrię n -wymiarową dla rzeźbiarzy i architektów wewnątrz w warszawskiej Akademii Sztuk Pięknych.

Zapoczątkowany w roku 1968 przez Jana Jerzego Kubikowskiego i Andrzeja Ziębę cykl odbywających się co dwa lata Krakowskich Szkół Kosmologii od początku nie stronił od ujęć niekonformistycznych. Szkoła XIII w roku 1992 była poświęcona hipotezom alternatywnym do hipotezy prawybuchu, a XIV, w 1994 r., pod tytułem „Struktura Czasu i Przestrzeni” omawiała problemy tej struktury z punktu widzenia matematyki, fizyki, astronomii, kosmologii, biologii (z uwzględnieniem medycyny), teologii, sztuk plastycznych i muzyki. Tak szerokie ujęcie problemu było eksperymentem, którego



Rozwiązanie zadania F 411.

Podstawowymi równaniami dla fotonu, prawdziwymi zarówno w próżni, jak i w przezroczystym ośrodku są: $E = h \cdot f$ oraz $p = E/c$. Natomiast wzór $p = h/\lambda$ otrzymujemy korzystając z równania prędkości fali $c = \lambda \cdot f$:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h(c/\lambda)}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Jednak w ośrodku przezroczystym równanie prędkości to $u = \lambda' \cdot f$, gdzie u i λ' są odpowiednio prędkością i długością fali świetlnej w ośrodku. Częstość fali nie ulega zmianie przy przejściu do ośrodka. Poprzedni rachunek daje więc teraz

$$p' = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot (u/\lambda')}{c} = \frac{h}{(c/u) \cdot \lambda'} = \frac{h}{n\lambda'},$$

gdzie $n = c/u = \lambda/\lambda'$. Wstawiając to do równania na pęd dostajemy

$$p' = \frac{h}{(\lambda/\lambda') \cdot \lambda'} = \frac{h}{\lambda} = p,$$

czyli brak wymiany pędu między światłem a idealnym ośrodkiem, co wyjaśnia sprzeczność.



Rozwiązanie zadania F 412. Z prawa Newtona dla kierunku poziomego mamy

$$F - f = M \cdot a,$$

gdzie a jest przyspieszeniem środka masy roweru, M – jego masą, F – siłą przyłożoną do pedału, f – siłą tarcia działającą na koło. Dla ruchu obrotowego wokół środka masy (koła) mamy

$$bF - Rf = I \cdot \alpha,$$

gdzie α jest przyspieszeniem kątowym koła, b długością pedału (odległością od środka koła do punktu przyłożenia siły), R promieniem koła, I momentem bezwładności. Dla przyspieszeń mamy w tym przypadku związek $a = -\alpha R$. Wtedy

$$bF - R(F - M \cdot a) = -I \frac{a}{R},$$

co daje

$$a = \frac{1 - \frac{b}{R}}{M + \frac{I}{R^2}} F.$$

Wobec tego, jeśli tarcie jest dostatecznie duże, by zapobiec poślizgowi, mamy

$$R > b \Rightarrow a > 0,$$

$$R = b \Rightarrow a = 0,$$

$$R < b \Rightarrow a < 0,$$

(Ostatni przypadek odpowiada przedłużonemu pedałowi, np. na równoważni.) W przypadku przedłużonego pedału ruch nastąpi w kierunku przeciwnym do kierunku działającej siły.

realizację podjęły: Wolna Europejska Akademia Nauk (z siedzibą w Uniwersytecie Erazma w Rotterdamie), Uniwersytet Łódzki oraz Fundacja Omega w Łodzi, korzystając częściowo z zasiłku Komitetu Badań Naukowych.

W dniach od 29 sierpnia do 3 września 1994, w Łodzi się zjechało nieco ponad 100 uczestników z 10 krajów (Anglia, Czechy, Francja, Holandia, Polska, Rosja, Stany Zjednoczone, Szwajcaria, Ukraina, Włochy) – w tym 22 wykładowców.

W przeciwieństwie do niektórych poprzednich szkół z tej serii nie było tu żadnych rewelacyjnych, odkrywczych wykładów. Bo chociaż prawie wszyscy wykładowcy należeli do czołówki w swoich specjalnościach, starali się przede wszystkim przedstawić dokładnie aktualny stan świadomości (naukowej względnie artystycznej) w danej dziedzinie, nie siląc się na popis oryginalności, który mógłby być zrozumiany tylko przez małą część audytorium. Wszystkim też się udało uniknąć upraszczającej popularyzacji. Jeśli czasem popełniono błędy w sposobie przedstawiania problemów, to raczej przeciwnie – zakładano u słuchaczy zbyt głęboką znajomość spraw.

Można było stwierdzić, jak ściśle problemy sztuki stanowią przedłużenie ciągu problemów nauki, albo może odwrotnie – jak problemy naukowe są przedłużeniem artystycznych. Przedstawię przykład jednego takiego ciągu omówionego w czasie szkoły: W astronomii badania obiektów coraz to odleglejszych są zarazem wędrówką w czas coraz bardziej przeszły. W praktyce obserwacyjnej nie sposób tu całkiem oddzielić problemów czasowych od przestrzennych (mówili o tym Piotr Flin i Jerzy Machalski). Podobnie, w laboratoryjnych pomiarach wieku metodą izotopów węgla na efektywną ocenę wieku ma wpływ, gdzie się znajdował przez wieki badany obiekt (Roberto Gallino). Fizyka słusznie łączy przestrzeń i czas w jedną czasoprzestrzeń i to nie tylko w ogólnej teorii względności (Franco Selleri). Dalej się okazuje, że również taka, zdawałoby się, wyłącznie przestrzenna sztuka jak malarstwo, nie mogła rozwinąć skrzydeł, gdy usiłowała oddzielić kompozycję przestrzenną od czasowej (Jerzy Nowosielski), a muzyki nie sposób właściwie pojąć, gdy się w niej postrzega tylko następstwo czasowe dźwięków, a nie uwzględnia struktury przestrzennej (Wim Viersen i Christian Ginat). Właściwie dopiero po wysłuchaniu tych wszystkich referatów (i dopełniającego je koncertu!) człowiek zaczynał pojmować, że czasoprzestrzeń jest nie tylko abstrakcyjną ideą fizyków, ale czymś, z czym się spotykamy zarówno w konkretnych pomiarach, jak i w przeżyciach artystycznych. Podobne ciągi dotyczyły względności interwałów czasu (w teologii, fizyce, biologii, ginekologii i muzyce), względności odległości (w malarstwie i w astronomii pozagalaktycznej) i innych aspektach czasu i przestrzeni.

No dobrze, ale czy takie uzupełnienie świadomości naukowej świadomością artystyczną daje coś samej nauce, rozwija ją? Może pozwala na nowe odkrycia czy na lepsze sformułowania starych prawd? Odpowiedź zależy od celu, jaki nauce stawiamy. Jeśli chcemy, żeby nauka dawała tylko jak najdokładniejszy opis zjawiska (teoria, model, parametry), to niewątpliwie najlepiej można to wszystko zapisać na dysku komputera. Tam wzruszenia artystyczne nie są w stanie dodać. Ale przecież nie o to idzie, żeby „wiedziały” komputery, lecz żeby wyniki dotarły do świadomości człowieka. A tu już nie wolno nam powiedzieć, że świadomość artystyczna niczego nie daje. Wyniki nauki mają znaczenie praktyczne, pozwalają zwiększać dobrobyt ludzi (czasem przeciwnie – burzyć, ale nie komplikujemy sprawy). Jednak takie znaczenie praktyczne jest mało ważne. W dobrobycie potrafi żyć i do niego dążyć każde zwierzę. Wiele organizmów potrafi świetnie przetwarzać dane i dostosowywać się do nich. Pewne szczepy bakterii gnilnych potrafią w kilka godzin dostosować własną strukturę do rodzaju rozkładanej materii. Natomiast pojmować sens świata potrafi spośród istot materialnych (powtarzam: naukowców nie interesują aniołowie) tylko człowiek. W tym zadaniu pojmowania, uświadamiania sobie, nikt go nie zastąpi. I to jest zadanie człowieka. Nie tylko badaczy pierwszej linii, ale całej ludzkości. Powiecie, że to sztuczne postawienie celu człowieka? Że może nie warto niczego być świadomym? Może, ale tak stawiając sprawę, można przypuścić równie dobrze, że może nie warto żyć...

Tytuł tych rozważań postawiłem bałamutnie. Wśród uczestników szkoły nie zauważyłem ani jednego puzonisty (było paru skrzypków i pianistów). O paradoksie Olbersa też akurat nikt się nie rozwodził. Ale nie idzie o takie konkrety. Myślę, że nauka się rozwinie prawidłowo, kiedy całkiem praktycznie myślący hodowca karpi nie będzie miał wątpliwości, że poznając małe twierdzenie Fermata, regułę Oersteda czy prawo Hubble'a uczestniczy w rozwoju ludzkości.