



Niebo przez lornetkę

Rozwiązanie zadania F 407.

Aby wyjaśnić ten „paradoks”, przypomnijmy, jak przebiega proces termicznej rozszerzalności ciał. Każda infinitezalna zmiana temperatury dT powoduje pewną, proporcjonalną do dT oraz do początkowej długości pręta l , zmianę długości pręta o $dl = \alpha \cdot l \cdot dT$, gdzie α jest współczynnikiem rozszerzalności termicznej. Jeśli chcemy zmienić temperaturę o taką wielkość skończoną ΔT , aby długość pręta zmieniła się z L_0 do L , to musimy zsumować kolejne procesy

$$\int_{L_0}^L dl = \int_{T_0}^{T_0+\Delta T} l \cdot \alpha \cdot dT.$$

Stąd otrzymujemy

$$\int_{L_0}^L \frac{dl}{l} = \int_{T_0}^{T_0+\Delta T} \alpha dT,$$

czyli na podstawie elementarnego rachunku dostajemy

$$\ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \alpha \cdot \Delta T,$$

co możemy zapisać jako

$$L = L_0 e^{\alpha \cdot \Delta T}.$$

Równanie to jest „symetryczne” względem zmian temperatur, tj. $L = L_0 e^{\alpha \cdot \Delta T}$ oraz $L_0 = L e^{-\alpha \cdot \Delta T}$ dają $L = (L e^{-\alpha \cdot \Delta T}) e^{\alpha \cdot \Delta T} = L$ i „paradoks” znika.

Natomiast równanie $L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$ jest uzyskane przez przybliżenie pełnego równania. Takie przybliżenie nie jest już symetryczne ze względu na zmianę temperatury, prowadzi więc do „paradoksu”. Dlatego wzór ten można stosować tylko dla małych różnic temperatur, a źródłem paradoksu jest zastosowanie go do dużych różnic.

Czerwiec to najkrótsze noce – gwiazdziste niebo widzimy więc dopiero późnym wieczorem, w dodatku nigdy tak ciemne, jak np. w zimie. Bowiem w naszej szerokości geograficznej (dla Warszawy wynosi ona 52°) w czerwcu nigdy nie zapada tzw. noc astronomiczna. Początek nocy astronomicznej to moment, gdy Słońce znajdzie się 18° pod horyzontem. Praktyka mówi, że od tej chwili niebo jest na tyle ciemne, że można swobodnie prowadzić obserwacje astronomiczne. Tymczasem w dniu przesilenia letniego (około 21 czerwca) Słońce mając deklinację $23,5^\circ$ o północy znajduje się $90^\circ - 52^\circ - 23,5^\circ = 14,5^\circ$ pod horyzontem (w każdym razie w Warszawie). W szerokościach jeszcze wyższych panują wtedy tzw. białe noce, a w szerokościach powyżej $66,5^\circ$ nawet dzień polarny, tzn. Słońce przez dłuższy czas w ogóle nie zapada pod horyzont. Nawiasem mówiąc istnieją jeszcze dwa rodzaje „nocy”. Mianowicie mówimy, że zapada noc cywilna (kończy się zmierzch cywilny), gdy Słońce osiąga wysokość 6° pod horyzontem – od tej chwili zdecydowanie trzeba używać oświetlenia w domu. Wreszcie koniec zmierzchu morskiego to chwila, gdy Słońce osiągnie 12° pod horyzontem – na niebie stają się wtedy widoczne najjaśniejsze gwiazdy i można na podstawie ich obserwacji prowadzić nawigację.

Tak czy inaczej, w czerwcową noc na niezbyt ciemnym niebie widzimy w kierunku południowym obszar nieba wyjątkowo bogaty w gromady kuliste. Są to gromady liczące typowo po sto tysięcy gwiazd w obszarze o promieniu rzędu 10 pc. Są to więc obiekty wyjątkowo gęsto wypełnione gwiazdami, o bardzo regularnym, niemal kulistym kształcie – stąd nazwa. Same gromady kuliste otaczają Galaktykę tak, że tworzą wokół niej również system o symetrii kulistej. Tworzące je gwiazdy są najstarsze w Galaktyce, zbudowane są niemal wyłącznie z wodoru i helu, co interpretuje się właśnie w ten sposób, że widocznie powstały z pierwotnej materii, w której zawartość pierwiastków cięższych była znikoma. Bowiem według naszej aktualnej wiedzy większość pierwiastków cięższych od helu została wyprodukowana w starych gwiazdach, które wybuchając jako supernowe wzbogaciły materię międzygwiazdową w te pierwiastki, a z tej materii powstały nowe pokolenia gwiazd o bogatszym składzie chemicznym.

Najjaśniejszą gromadą kulistą na naszym niebie jest leżąca w Herkulesie gromada M13 o jasności 6,1 mag, a więc przy dobrej pogodzie widoczna nawet gołym okiem. Odległa jest od nas o 6500 pc. Dwie inne, słabsze o pół wielkości gwiazdowej – je już lepiej oglądać przez lornetkę – M10 i M12, leżą w Wężowniku, a od nas odległe są mniej więcej tyle samo. Jeszcze jedna jasna gromada kulista, M5, leży w Wężu. Nie wyczerpuje to całej listy gromad z tego obszaru, pozostałe są jednak znacznie słabsze. Gromady kuliste są widoczne też na zdjęciach innych galaktyk; na ich podstawie można naocznie przekonać się, że istotnie otaczają one swoje galaktyki jednakowo „ze wszystkich stron”. Sama budowa i ewolucja gromad kulistych jest do dziś dosyć tajemnicza, w szczególności podejrzewa się obecności czarnych dziur w ich centrach, ale to już problem nie dla lornetek.

Tomasz KWAST



Rozwiązanie zadania F 408. W wyniku skoku energia potencjalna skoczka zmienia się na energię potencjalną elastycznej gumy. Jeśli więc użyjemy gumy o długości L i zażądamy, aby skok miał głębokość H , to z zasady zachowania energii mamy

$$mgH = \frac{K}{2L}(H-L)^2,$$

gdzie m jest sumą mas skoczka i worka, a K to iloczyn modułu Younga i przekroju poprzecznego gumy. Otrzymujemy stąd

$$L_{\pm} = \left(\frac{mg}{K} + 1 \pm \left(\left(\frac{mg}{K} + 1 \right)^2 - 1 \right)^{1/2} \right) \cdot H.$$

Ponieważ $H > L$, więc fizycznie poprawne jest rozwiązanie L_{-} . Długość liny powinna więc wynosić $L \approx 0,27 \cdot H = 5,4$ m.

Po upuszczeniu worka z piaskiem cała energia zgromadzona w linie zamieni się na energię potencjalną ciężkości skoczka. Dostajemy więc

$$(m_s + m_w)gH = m_s g H',$$

a stąd

$$H' = \left(1 + \frac{m_w}{m_s} \right) H = 24 \text{ m}.$$

Skoczek wznie się więc 4 m ponad poziom, z którego wystartował. Maksymalnego przyspieszenia doświadczy on w dolnym położeniu, tuż po upuszczeniu worka. Mamy wtedy

$$a_{\max} = \frac{F_{\max} - m_s g}{m_s} = \frac{K(H-L)}{m_s L} - g = 23,8 \text{ m/s}^2.$$