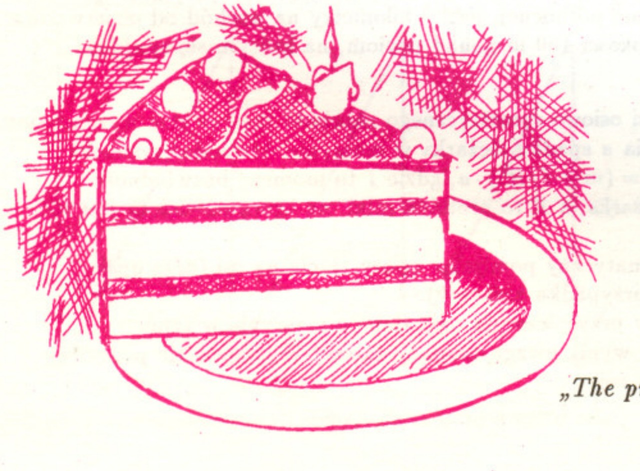
mała delta

Placek i sprawiedliwość

Dobrze wiadomo, co zrobić, gdy ma się ciastko, które trzeba sprawiedliwie podzielić między dwie osoby. Jednej z nich (np. starszej) każe się przeciąć ciastko na dwie części, po czym druga osoba może wybrać sobie tę część, którą woli. Co jednak zrobić, gdy chętnych do dzielenia ciastka (czy całego placka) jest więcej? Można spróbować uogólnić procedurę dla dwóch osób: ustawiamy amatorów placka (niech będzie ich n) po kolei: $A, B, C, \ldots, M, N$. Każda z osób od A poczynając, a na M kończąc kroi kawałek. Po tym, jak zrobi to M, będzie już n kawałków ($n-1$ odkrojonych i jeden – pozostałość po placku). N, który nie kroił, wybiera sobie teraz jedną część, a po nim kolejno po kawałku biorą $A, B, C, \ldots, M$. Na pierwszy rzut oka wygląda to nieźle, bo nikt nie może być pewny, że przypadnie mu ten kawałek, który sobie odkroił, ale naprawdę możliwość i pokusa popełnienia oszustwa jest spora – bo niech tylko pierwsza i ostatnia osoba umówią się między sobą... Co gorsza, nawet zakładając dobrą wolę wszystkich dzielących trzeba pamiętać, że ocena – co jest, a co nie jest $1/n$-tą placka – to rzecz subiektywna, a tu, jeśli już ktoś odkroi mniej lub więcej niż – jak będą sądzili pozostali – powinien, to nikt na to nic nie poradzi i wrażenie, że całkiem sprawiedliwie nie było, pozostanie. Widać stąd, że trzeba by dać każdemu możliwość wnoszenia poprawek do tego, co odkroili inni.



Zróbmy tak: A – jak poprzednio – odcina kawałek placka. Ten kawałek przechodzi następnie do B, który może – ale nie musi – zmniejszyć go odcinając jakąś część. Pomniejszony lub nie kawałek przechodzi do C, który znowu zmniejsza go lub nie i przekazuje D itd, aż do N.

Ostatecznie pomniejszony kawałek dostaje osoba, która odkroiła coś z niego jako ostatnia, a pozostali zbierają resztę placka i dzielą ją między siebie tak jak poprzednio. Gdy wreszcie dojdzie do dzielenia placka między dwie osoby, można skorzystać z tradycyjnej metody przytoczonej na początku. Łatwo można się przekonać, że przy takim podziale nawet zmowa wszystkich przeciw jednemu nie ma szans powodzenia – przy dzieleniu między n osób każdy może po prostu nie brać części, którą uważa za mniejszą od $1/n$-tej całości.

Pozostają tylko dwa problemy. Po pierwsze, indywidualne przekonanie o tym, że coś jest $1/k$-tą części placka pozostałej po $(n-k)$ podziałach, nie musi być zgodne z wrażeniem, że coś jest $1/n$-tą całości placka. Stąd może się okazać, że różne osoby dostaną kawałki niejednakowej wielkości. Jednak przecież nie o równy, ale sprawiedliwy podział chodziło. I drugi problem: przy większej liczbie osób po kilku podziałach placek może być już, niestety, mocno poszatkowany. Może zatem byłoby lepiej dzielić ciasto przed upieczeniem go w piekarniku? Spróbujcie bowiem podzielić tym sposobem konkretny, upieczony tort choćby między trzy osoby.

Małą Deltę na podstawie artykułu H. Steinhausa „The problem of fair division” (Econometrica 16(1948), str. 101–104) opracował Bernard BADZIOCH