

Przypadek Brouwera

Ucząc się matematyki lub ją studiując poznajemy rozmaite twierdzenia. Niektóre z nich noszą nazwy, przy innych umieszcza się nazwiska autorów. Mamy więc np. twierdzenie Weierstrassa, Darboux albo lemat Nakayamy. Czy zastanawialiśmy się kiedyś, kim byli ludzie, którzy wymyślili bądź udowodnili te czy inne twierdzenia? W topologii znane jest twierdzenie Brouwera o punkcie stałym. Często, oprócz podkreślania znaczenia, przy twierdzeniu tym można znaleźć komentarz, iż jest to przykład tzw. trudnego twierdzenia topologii, w dowodach których specjalizował się Brouwer. I rzeczywiście, Luitzen Egbertus Jan Brouwer rozstrzygnął szereg ważnych problemów nurtujących młodą, dopiero rozwijającą się dziedzinę matematyki. Były to hipotezy dość naturalne, które jakoś nie chciały poddać się specjalistom, na przykład: czy przestrzenie \mathbf{R}^n i \mathbf{R}^m są rzeczywiście różne z punktu widzenia topologii dla $m \neq n$? czy iniekcja ciągła, określona na otwartym podzbiórze \mathbf{R}^n i o wartościach w \mathbf{R}^n , musi już być homeomorfizmem na obraz?

Brouwer odpowiedział pozytywnie na oba pytania. Podał też precyzyjny (i wreszcie bezbłędny) dowód twierdzenia Jordana o rozcinianiu oraz jego uogólnienia. Wskazał na możliwość wykorzystania metod teorii mnogości dla celów geometrii i analizy. Tym samym stworzył podstawy topologii przestrzeni euklidesowych. Dowody twierdzeń Brouwera wykorzystują bardzo zaawansowane techniki, choć są precyzyjne i przejrzyste. Ścisłość rozumowania prerażała współczesnych Brouwerowi, stała się jednak wzorem w dalszych badaniach. Zdziawiający jest fakt, iż wszystkie swoje ważne topologiczne rezultaty Brouwer uzyskał praktycznie w ciągu czterech lat pomiędzy rokiem 1909 a 1912. Później nie zerwał z tą dziedziną matematyki, jednak znaczących faktów już nie publikował.

Nie znaczy to, że Brouwer zajmował się matematyką tylko przez kilka lat. Faktycznie, na początku swej drogi naukowej zastanawiał się, czy nie zostać pianistą. Lecz matematyka zwyciężyła i Brouwer zainteresował się... podstawami matematyki. To właśnie tej tematyki dotyczył jego doktorat (1907) i do niej powrócił, gdy osiągnął sukcesy w topologii. Brouwer jest najważniejszym przedstawicielem intuicjonizmu, kierunku filozoficznego odnoszącego się do podstaw matematyki. Intuicjoniści poddawali ostrej krytyce dowody niekonstruktywne (egzystencjalne), które wskazują istnienie jakichś obiektów bez podania sposobów ich konstrukcji.

Matematycy i inni

Do pustej windy wsiadły na parterze cztery osoby i pojechały na pierwsze piętro. Na piętrze wysiadło z windy pięć osób; zaskakujące to zjawisko obserwowali matematyk, fizyk i biolog.

Biolog: – *Klasyczny przykład naturalnej reprodukcji.*

Fizyk: – *Nic dziwnego, po prostu błąd pomiaru.*

Matematyk: – *Jeżeli ktoś teraz wejdzie do windy, to nikogo tam nie będzie.*

Wręczamy fizykowi napelniony zimną wodą czajnik i prosimy, by zrobił herbatę. Fizyk stawia czajnik na kuchence, gotuje wodę i robi herbatę. Drugi pełny czajnik dajemy matematykowi i prosimy o to samo; reakcja jest identyczna.

Po pewnym czasie prosimy fizyka o zrobienie herbaty, dając mu tym razem czajnik pusty; fizyk nalewa wodę, gotuje ją i zaparza herbatę. Gdy jednak prosimy o to samo matematyka, ten napelni czajnik i zamiast gotować wodę powie, że teraz zadanie sprowadza się do poprzednio rozwiązanego problemu...

Inna wersja mówi, że najpierw delikwentom wręczono czajniki puste, ci nalali wodę i zrobili herbatę, a potem dano im czajniki pełne – i wtedy matematyk sprowadził problem do poprzedniego, wylewając wodę.

Krytykowano zbyt swobodne posługiwanie się pojęciem nieskończoności oraz zasadę wyłączonośrodku (tj. prawo postaci $p \vee \neg p$, o którym popularnie się mówi „trzeciego wyjścia nie ma”). Brouwer sugerował, że całą matematykę należy zbudować od nowa wyrzucając z niej wszystkie dowody nie wprost. Jego artykuły poświęcone podstawom matematyki i intuicjonizmowi pisane są z taką samą bezwzględną ścisłością i wewnętrzną logiką jak artykuły topologiczne.

Pomysły Brouwera nie spotkały się ze zbyt przychylnym przyjęciem u współczesnych. Lecz w drugiej połowie XX wieku zainteresowano się nimi na nowo. Niektórzy próbują wyjaśnić „fenomen topologiczny” Brouwera tym, że, być może, próbował on przetestować swoje intuicjonistyczne pomysły właśnie na topologii – miał to być zakrojony na szeroką skalę eksperyment. Trudno stwierdzić, czy ta, jednak dość śmiała, hipoteza może być prawdziwa. Faktem jest natomiast, iż po roku 1920 Brouwer w zasadzie nie zajmował się topologią, choć uważany był w świecie za jeden z największych autorytetów w tej dziedzinie.

Zdzisław POGODA

Luitzen Egbertus Jan Brouwer urodził się 27 lutego 1881 roku w Overschie w Holandii. Matematykę studiował na uniwersytecie w Amsterdamie, gdzie w 1907 roku uzyskał doktorat, a od 1912 roku był profesorem. Był członkiem wielu towarzystw naukowych. Otrzymał doktoraty honorowe uniwersytetów w Cambridge i Oslo. Zginął w wypadku samochodowym 2 grudnia 1966 roku.

Oj, każdy Brouwerowi winien bić pokłony,
Że wreszcie zlikwidował środek wyłączony.

Stworzył nowe możliwości

Współczesnym i potomności.

z „Hymnu Matematyków”

(pisaliśmy o nim w poprzednim *EPSILONIE*)