



M 723. Dany jest okrąg o promieniu 1. Jakie wartości może przyjmować wyrażenie $AC^2 + BD^2$, jeśli AB i CD są prostokądnymi cięciwami tego okręgu?

(Zadanie z egzaminu wstępnego na Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego)

Rozwiązanie na str. 7

M 724. Jakie wartości może przyjmować wyrażenie $AC^2 + DB^2$, jeśli A, B, C, D, X są takimi punktami płaszczyzny, że $AX = BX = CX = DX = 1$ i $\overline{AB} \circ \overline{CD} = 0$ ($v \circ w$ oznacza iloczyn skalarny wektorów)?

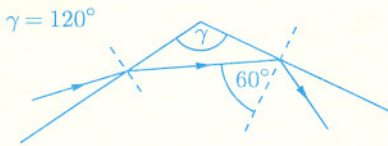
Rozwiązanie na str. 7

M 725. Dana jest elipsoida o równaniu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, 0 < a < b < c$. Udowodnić, że pewien przekrój tej elipsoidy płaszczyzną jest okręgiem.

Rozwiązanie na str. 8

Odpowiedź na zagadkę.

Sąsiednie ścianki sześciokąta tworzą pryzmat o kącie łamiącym 120° . Przy symetrycznym biegu promienia kąt padania wynosi 60° . Tymczasem kąt graniczny (dla $n = 1,31$) wynosi około 50° . Promień światła ulegnie nie załamaniu, lecz całkowitemu odbiciu wewnętrznemu.



Redaguje Jarosław KULPA

F 395. Światło słoneczne o mniejszej długości fali jest silniej rozpraszane w atmosferze niż światło o większej długości. Dzięki temu zjawisku niebo ma kolor niebieski, a zachodzące Słońce jest czerwone. Ocenic, jaka część światła niebieskiego ($\lambda = 400$ nm), a jaka czerwonego ($\lambda = 700$ nm) padającego pionowo na Ziemię ulega rozproszeniu w atmosferze. Przeprowadzić analogiczne rachunki w przypadku promieni pochodzących od zachodzącego Słońca i padających na Ziemię stycznie. Gęstość powietrza przy powierzchni Ziemi wynosi $\rho_0 = 1,2$ kg/m³, masa molowa powietrza $\mu = 0,029$ kg/mol. Rozpraszanie światła w jednorodnym ośrodku opisuje wzór

$I = I_0 e^{-\mu_1 x}$, gdzie $\mu_1 = \frac{32\pi^3 (n-1)^2}{3\lambda^4 N}$, n jest współczynnikiem załamania światła, przy powierzchni Ziemi współczynnik załamania dla powietrza wynosi $n_0 = 1,00028$, N oznacza liczbę cząsteczek powietrza w jednostce objętości, I_0 jest początkowym natężeniem światła, I zaś natężeniem światła po przejściu drogi x . Promień Ziemi wynosi $R \approx 6400$ km.

Rozwiązanie na str. 9

F 396. Piłka kopnięta przez piłkarza niemal poziomo uzyskuje prędkość obrotową na obwodzie równą $\epsilon = 20\%$ prędkości ruchu postępowego. Oś obrotu piłki jest pionowa. Oszacować początkowy promień krzywizny toru, po którym porusza się piłka. Na piłkę obracającą się w powietrzu z prędkością kątową ω działa siła związana z efektem Magnusa określona przybliżonym wzorem $F = 2m\mathbf{v}\omega$, gdzie m jest masą powietrza o objętości piłki. Siła ta jest prostopadła do prędkości piłki \vec{v} i wektora $\vec{\omega}$. Gęstość powietrza wynosi $\rho = 1,2$ kg/m³. Dane dotyczące piłki futbolowej: promień $R = 11$ cm, masa $M = 0,42$ kg.

Rozwiązanie na str. 8

Patrz w niebo

Niejeden raz podkreślaliśmy w *Delcie*, że ciała Układu Słonecznego nie są do końca „martwe” – życia tam, oczywiście, nie ma (poza Ziemią), ale chodzi o to, czy na powierzchni danego globu coś się w ogóle dzieje. Na Księżycu akurat mało co. Poza powolną termiczną erozją skał, ciągłym działaniem promieniowania kosmicznego, wiatru słonecznego i ciał meteorowych zdarzają się czasami słabe wpływy niewielkich porcji gazów z głębi gruntu. Na Marsie natomiast wieją bardzo silne wiatry, na planetach olbrzymich wiatry te są w skali ziemskiej niewyobrażalne, na ich satelitach widać efekty ruchów górotwórczych i działalność wulkaniczną (Io, Tryton).

A pioruny? Otóż wyładowania elektryczne, poza Ziemią, występują na Jowisz i zapewne na Saturnie oraz Uranie. Voyager 1 przelatując 12 XI 1980 r. w pobliżu Tytana wykonał m.in. pomiary mające na celu stwierdzenie, czy na tym satelicie Saturna błyska się. Mówiąc w skrócie, fale radiowe towarzyszące wyładowaniom powinny zostać zarejestrowane przez radioodbiorniki sondy, a czułość aparatury umożliwiała zauważenie błyskawic 1000 razy słabszych od ziemskich.

Obserwacje nie dały żadnego wyniku, rejestrowane były tylko sygnały z Saturna. A sprawa jest poważniejsza, niż zwyczajne stwierdzenie, czy na Tytanie biją pioruny. Otóż zawartość rozmaitych węglowodorów obecnych w atmosferze Tytana częściowo może być wytłumaczona działaniem promieniowania słonecznego. Jednak zawartość np. etylenu C₂H₄ przekracza możliwości tego mechanizmu. Produkcja etylenu mogłaby być wspomagana właśnie przez błyskawice, a skoro ich nie stwierdzono, to znaczy, że teoretycy powinni poszukiwać jeszcze innych mechanizmów. Następną natomiast szansą zbadania tego problemu „na miejscu” pojawi się nie wcześniej niż w XXI wieku, gdy do Saturna ewentualnie dotrze sonda Cassini i zrzuci na Tytana próbnik zdolny zarejestrować błyskawice 100 razy słabsze, niż mógł to zrobić Voyager 1.

Tomasz KWAST

Tak, kiedy Jowisz poprzedzimy grzmotem

I rażącymi błyski świat uciska,
Trzęsie się Atlas okropnym łoskotem,
Jęczą pieczary i Etny łożyska,
Pełne cyklopów; pod hartownym młotem
Grom się rozżarza i iskrami pryska,
Wulkan je nagli, a z swego warsztatu
Raz wraz pociskiem straszonym grozi

światu.

Ignacy Krasicki

Monachomachia, pieśń III, LVIII.