system stu teleskopów ustawionych w czterech południkowych rzędach co 2 km. Zaćmienie, to właściwe, powinno zostać zarejestrowane zawsze przez co najmniej cztery teleskopy leżące na jednym równoleżniku i to w odstępach czasu określonych przez prędkość orbitalną Ziemi.

Optymiści uważają, że można by nawet wykorzystać rozmycie cienia planetoidy spowodowane dyfrakcją światła na jej krawędziach. Wprawdzie rozmycie to mogłoby utrudnić samo rejestrowanie zaćmienia, ale mogłoby też dostarczyć innej, niezmiernie ważnej informacji. Mianowicie, dyfrakcyjne ugięcie światła zależy od długości jego fali i od odległości przesłony, a więc śledzenie zaćmień w kilku barwach mogłoby doprowadzić do poznania trójwymiarowej struktury Pasa Kuipera!

Tym, co wywołuje pesymizm w tym projekcie, nie jest bynajmniej koszt stu teleskopów. Zauważmy, że w trakcie pracy kilka (może sto) teleskopów musi wykonywać pomiary jasności kilku (może stu) gwiazd w tempie 100 razy na sekundę, w dodatku może w kilku barwach. Każdy pomiar musi być wzbogacony o informację o czasie. Wszystko to razem daje nieprawdopodobne tempo napływania bajtów informacji do komputera, który musiałby je opracowywać. Komputer musiałby właściwie na bieżąco to robić, aby nie udławić się nadmiarem danych. Dlatego oczekuje się, że najdroższą częścią systemu obserwacyjnego będzie komputer, a dokładniej – jego oprogramowanie. Co prawda, jest to zmartwienie na wyrost, bowiem nie ma jeszcze mowy o tym, kto taką sieć teleskopów będzie budował, kiedy, gdzie itd. Idea projektu wydaje się jednak rokować nadzieje.

Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 720. Udowodnić, że dla dowolnej liczby dodatniej x zachodzi:

$$2^{-x} + 2^{-1/x} \le 1 .$$

Rozwiązanie na str. 13

M 721. Funkcja $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ jest dwukrotnie różniczkowalna i istnieją takie stałe $A, B > 0$, że

$$|f(x)| \le A, \quad |f''(x)| \le B$$

dla każdego $x \in \mathbf{R}$. Wykazać, że

$$|f'(x)| \le \sqrt{2AB}$$

dla każdego $x \in \mathbf{R}$.
Rozwiązanie na str. 14

M 722. Funkcja $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ jest dwukrotnie różniczkowalna i taka, że $f(x+\pi) = f(x)$ oraz $f''(x) + f(x) \ge 0$ dla każdego $x \in \mathbf{R}$. Udowodnić, że f przyjmuje tylko wartości nieujemne.
Rozwiązanie na str. 14

Redaguje Jarosław KULPA

F 393. Na brzegu stołu o wysokości 1 m leży kłębek wiotkiego sznurka o długości 100 m. W pewnym momencie jeden z końców sznurka zaczyna zsuwać się na podłogę odwijając się stopniowo z kłębka. Oszacować, po jakim czasie cały sznurek znajdzie się na podłodze (tarcie pomijamy).
Rozwiązanie na str. 15

F 394. Widmo promieniowania reliktowego pokrywa się z widmem promieniowania ciała doskonale czarnego o temperaturze 2,736 K wykazując niewielką anizotropię związaną ze względnym ruchem układu laboratoryjnego (efekt Dopplera). Oszacować prędkość naszej Galaktyki względem promieniowania reliktowego wiedząc, że kierunek, przy którym mierzy się największą anizotropię $a = \Delta T/T = 13 \cdot 10^{-4}$, tworzy kąt $\alpha = 120^\circ$ z kierunkiem prędkości Słońca $v_S = 250$ km/s w ruchu wokół centrum Galaktyki.
Rozwiązanie na str. 15

możliwości, trzeba najpierw odpowiedzieć na pytanie, co znajduje się w porach, jeśli nie ma tam powietrza. W tym celu zwróćmy uwagę na właściwości procesów sublimacji i kondensacji. Jeśli ciśnienie pary przy powierzchni lodu jest niższe niż pewna wartość równowagowa charakterystyczna dla danej temperatury (nazywana ciśnieniem sublimacji), następuje sublimacja. W przeciwnym przypadku następuje kondensacja. Zatem, gdyby początkowo w porach była próżnia, proces sublimacji wprowadziłby w to miejsce parę. Pozostaje problem, czy ta para nie uciekłaby natychmiast na zewnątrz komety przez połączenia między porami. Jeżeli pory są drobne, to i kanaliki między nimi muszą być bardzo cienkie, więc opory przepływu pary przez system porów są bardzo duże. Odpływ pary jest kompensowany przez sublimację i w porach położonych w głębi lodu utrzyma się ciśnienie bliskie wartości równowagowej.

Ciśnienie równowagi lód–para jest rosnącą funkcją temperatury, więc różnicy temperatury towarzyszy różnica ciśnienia i przepływ pary.

Rozpatrzmy ponownie por jako cienką rurkę o długości l i promieniu r. Niech przy końcach rurki temperatury będą ustalone i wynoszą T_1 oraz T_2, a ciśnienia pary odpowiednio p_1 i p_2. Przy temperaturze 240 K ciśnienie równowagi wynosi około 27 Pa, a przy 140 K – poniżej 10^{-6} Pa. Przy niskim ciśnieniu zderzenia między cząsteczkami pary są rzadkie, a średnia droga swobodna cząsteczek jest duża. Przy ciśnieniu 27 Pa średnia droga swobodna cząsteczek pary wodnej jest rzędu 0,1 mm, a przy ciśnieniu 10^{-6} Pa jest dłuższa od 100 km. Oznacza to, że w temperaturze poniżej 240 K średnia droga swobodna cząsteczek pary jest większa od średnicy rozważanych porów. Wówczas strumień gazu płynący przez rurkę w wyniku istnienia różnicy ciśnień między jej końcami wynosi w dobrym przybliżeniu

$$\Phi = \left(\frac{32\mu}{9\pi \mathrm{R}}\right)^{1/2} \frac{r}{l} \left(\frac{p_1}{(T_1)^{1/2}} - \frac{p_2}{(T_2)^{1/2}}\right) \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2 s}}\right].$$

Wielkości μ i R to masa molowa substancji i stała gazowa. Przepływająca para niesie ze sobą energię, której strumień wyraża się jako

$$E = \Phi\left(\frac{\mathrm{N_A}}{\mu} 2\mathrm{k}T + L\right) \quad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2 s}}\right].$$