dokładnych obliczeń wymagałoby znajomości rozmiarów i położenia wszystkich ziarenek. Byłoby to bardzo skomplikowane i czasochłonne. Tymczasem zupełnie zadowalające rezultaty można uzyskać stosując różne przybliżenia.

Omówimy tylko najprostszy, rurkowy model porów. Oddaje on poprawnie charakter zależności przewodnictwa cieplnego sieci ziarenek lodu od porowatości, a przy tym pozwala uniknąć skomplikowanych rachunków.

Wyobraźmy sobie sześcian o krawędzi l z porami w kształcie rurek o jednakowej średnicy, prostopadłych do jednej z powierzchni. Niech temperatura zmienia się tylko w kierunku równoległym do rurek. Wówczas stosunek przewodnictwa kostki z porami do przewodnictwa kostki nieporowatej będzie równy stosunkowi

$$(l^2 - \text{powierzchnia przekrojów rurek})/l^2 .$$

Porowatość jest w tym przypadku stosunkiem objętości rurek do objętości kostki. Stosunek przewodnictwa substancji porowatej do nieporowatej wynosi

$$1 - \psi ,$$

gdzie przez ψ oznaczyliśmy porowatość. Tak więc przewodnictwo cieplne sieci ziarenek lodu (przewodnictwo cieplne porowatego lodu, liczone bez uwzględnienia przewodnictwa porów) wynosiłoby

$$\kappa_p = \kappa_l(1 - \psi) ,$$

gdzie wielkość κ_l jest przewodnictwem cieplnym nieporowatego lodu.

2. Przewodnictwo cieplne porów w lodzie

Transport ciepła w porach może się odbywać, na przykład, za pośrednictwem promieniowania elektromagnetycznego (głównie podczerwonego). Podstawową właściwością tego procesu jest to, że zachodzi bez względu na to, czy pory są wypełnione gazem, czy są całkowicie puste. Strumień energii wypromieniowanej przez ścianki poru jest proporcjonalny do czwartej potęgi temperatury (prawo Stefana–Boltzmanna). Zatem po cieplejszej stronie poru emisja przeważa nad absorpcją, a po chłodniejszej odwrotnie i w ten sposób energia jest przenoszona ze strony cieplejszej na chłodniejszą. Przy temperaturze niższej niż temperatura topnienia lodu wodnego promienisty transport ciepła jest jednak zaniedbywalny.

Ponieważ pory w lodzie nie są naprawdę puste, nawet gdy lód jest umieszczony w próżni, transport promienisty nie jest jedynym możliwym sposobem transportu ciepła w porach. Żeby znaleźć inne

Pas Kuipera chyba istnieje

Tomasz KWAST

W 1950 roku Jan Oort wysunął hipotezę, że Układ Słoneczny jest otoczony przez ogromne zbiorowisko drobnych brył, które właściwie są już obiektami międzygwiazdowymi, ale które zbliżając się przypadkowo do Słońca mogłyby w jego pobliżu stawać się kometami. Ten Obłok Oorta rozciągałby się do odległości 50 000 j.a. i zawierałby – powiedzmy – bilion potencjalnych komet. Choć do dziś jest tworem hipotetycznym, uważany jest przez niektórych badaczy za całkiem realny składnik naszego układu planetarnego.

W następnym roku Gerard Kuiper wysunął inną hipotezę, mianowicie, że w płaszczyźnie Układu Słonecznego w odległości 40–50 j.a. rozciąga się pas okruchów będących resztkami pozostałymi po uformowaniu się planet, a które wskutek rozrzedzenia nie mogły zebrać się w większe globy. Obłok Oorta mógłby stanowić zapas komet długookresowych, które zbliżają się do Słońca z kierunków przypadkowych, podczas gdy Pas Kuipera byłby źródłem komet krótkookresowych, których orbity istotnie leżą niemal w płaszczyźnie Układu Słonecznego.

Aby omawianie tego tematu wyszło poza same spekulacje, niezbędne było zaobserwowanie owych drobnych mieszkańców peryferii Układu. I tak się wreszcie stało, gdy we wrześniu 1992 roku i w marcu 1993 roku amerykańscy astronomowie – David Jewitt i Jane Luu – odkryli dwa ciała oznaczone odpowiednio 1992 QB1 i 1993 FW, o orbitach obszerniejszych niż orbita Plutona. Dziś liczba znanych nowych ciał pozaplutonowych sięga dziesięciu. W ten sposób realność Pasa Kuipera z pewnością przestała być nieprawdopodobna.

Jednak od dziesięciu obiektów do mrowia jest daleko. Jak odkrywać je masowo? Nie można na ślepo patrolować ogromnych obszarów nieba, choćby nawet skupiwszy się na sąsiedztwie ekliptyki, bo żadne obserwatorium nie udostępni wielkiego teleskopu do tak niepewnego przedsięwzięcia. A bez naprawdę wielkiego teleskopu nie da się zaobserwować czegoś w rodzaju planetoidy w odległości większej niż odległość Plutona. Obiekty znalezione przez Jewitta i Luu miały jasność około 23 mag przy rozmiarach szacowanych na 200 km, natomiast obiekt 10-kilometrowy w odległości Neptuna miałby jasność 26 mag. Należało więc opracować inną metodę umożliwiającą wydajniejsze poszukiwania protokomet. I projekt takiej metody istnieje: polega ona na rejestracji zaćmień gwiazd przez te drobne obiekty.

Pierwsza wzmianka na ten temat pochodzi (podobno) od Marka Baileya, wówczas studenta z Edynburga. Zauważył on, że ciała z Pasa Kuipera mogą przesłaniać gwiazdy. Z prostej geometrii wynika, że 1-kilometrowa bryła w Pasie Kuipera ma rozmiar kątowy 0,″000 02 – zbliżony zresztą do rozmiaru piłki golfowej zostawionej przez Amerykanów na Księżycu i oglądanej z Ziemi. Duże lub bliskie gwiazdy mają rozmiary kątowe większe, ale protokometa może już całkiem przesłonić przeciętną gwiazdę o jasności 13 mag i słabszą. A takich gwiazd jest mnóstwo. Należałoby więc nieprzerwanie śledzić sąsiedztwo ekliptyki (najlepiej na skrzyżowaniu jej z Drogą Mleczną) teleskopami o całkiem skromnych rozmiarach, zaopatrzonymi tylko w specjalistyczne odbiorniki promieniowania. Zaćmienie gwiazdy w tym przypadku oznacza bowiem, że przez teleskop przeleciał cień planetoidy z prędkością średnią 30 km/s (taka jest wszak prędkość Ziemi), co przy rozmiarach cienia rzędu kilometra daje przygaśnięcie gwiazdy na około 30 ms. Aparatura zdolna mierzyć tak szybkie zjawiska nie jest obecnie trudna do zbudowania. Ocenia się, że jeżeli w Pasie Kuipera jest – podobnie jak w obłoku Oorta – około biliona ciał, to jedna gwiazda powinna być zaćmiewana co kilka dni, ale już śledząc 100 gwiazd można by rejestrować zaćmienie częściej niż co godzinę.

Fałszywe zaćmienia mogą, oczywiście, być powodowane przez ptaki, samoloty, sztuczne satelity i in. Aby móc eliminować takie zjawiska, należy zbudować całą sieć teleskopów. Proponowany jest, na przykład, system stu teleskopów ustawionych w czterech południkowych rzędach co 2 km. Zaćmienie, to właściwe, powinno zostać zarejestrowane zawsze przez co najmniej cztery teleskopy leżące na jednym równoleżniku i to w odstępach czasu określonych przez prędkość orbitalną Ziemi.

Optymiści uważają, że można by nawet wykorzystać rozmycie cienia planetoidy spowodowane dyfrakcją światła na jej krawędziach. Wprawdzie rozmycie to mogłoby utrudnić samo rejestrowanie zaćmienia, ale mogłoby też dostarczyć innej, niezmiernie ważnej informacji. Mianowicie, dyfrakcyjne ugięcie światła zależy od długości jego fali i od odległości przesłony, a więc śledzenie zaćmień w kilku barwach mogłoby doprowadzić do poznania trójwymiarowej struktury Pasa Kuipera!

Tym, co wywołuje pesymizm w tym projekcie, nie jest bynajmniej koszt stu teleskopów. Zauważmy, że w trakcie pracy kilka (może sto) teleskopów musi wykonywać pomiary jasności kilku (może stu) gwiazd w tempie 100 razy na sekundę, w dodatku może w kilku barwach. Każdy pomiar musi być wzbogacony o informację o czasie. Wszystko to razem daje nieprawdopodobne tempo napływania bajtów informacji do komputera, który musiałby je opracowywać. Komputer musiałby właściwie na bieżąco to robić, aby nie udławić się nadmiarem danych. Dlatego oczekuje się, że najdroższą częścią systemu obserwacyjnego będzie komputer, a dokładniej – jego oprogramowanie. Co prawda, jest to zmartwienie na wyrost, bowiem nie ma jeszcze mowy o tym, kto taką sieć teleskopów będzie budował, kiedy, gdzie itd. Idea projektu wydaje się jednak rokować nadzieje.

Zadania

Redaguje Krzysztof OLESZKIEWICZ

M 720. Udowodnić, że dla dowolnej liczby dodatniej x zachodzi:

$$2^{-x} + 2^{-1/x} \leq 1 .$$

Rozwiązanie na str. 13

M 721. Funkcja $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ jest dwukrotnie różniczkowalna i istnieją takie stałe $A, B > 0$, że

$$|f(x)| \leq A, \quad |f''(x)| \leq B$$

dla każdego $x \in \mathbf{R}$. Wykazać, że

$$|f'(x)| \leq \sqrt{2AB}$$

dla każdego $x \in \mathbf{R}$.
Rozwiązanie na str. 14

M 722. Funkcja $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ jest dwukrotnie różniczkowalna i taka, że $f(x+\pi) = f(x)$ oraz $f''(x) + f(x) \geq 0$ dla każdego $x \in \mathbf{R}$. Udowodnić, że f przyjmuje tylko wartości nieujemne.
Rozwiązanie na str. 14

Redaguje Jarosław KULPA

F 393. Na brzegu stołu o wysokości 1 m leży kłębek wiotkiego sznurka o długości 100 m. W pewnym momencie jeden z końców sznurka zaczyna zsuwać się na podłogę odwijając się stopniowo z kłębka. Oszacować, po jakim czasie cały sznurek znajdzie się na podłodze (tarcie pomijamy).
Rozwiązanie na str. 15

F 394. Widmo promieniowania reliktowego pokrywa się z widmem promieniowania ciała doskonale czarnego o temperaturze 2,736 K wykazując niewielką anizotropię związaną ze względnym ruchem układu laboratoryjnego (efekt Dopplera). Oszacować prędkość naszej Galaktyki względem promieniowania reliktowego wiedząc, że kierunek, przy którym mierzy się największą anizotropię $a = \Delta T/T = 13 \cdot 10^{-4}$, tworzy kąt $\alpha = 120^\circ$ z kierunkiem prędkości Słońca $v_S = 250$ km/s w ruchu wokół centrum Galaktyki.
Rozwiązanie na str. 15

możliwości, trzeba najpierw odpowiedzieć na pytanie, co znajduje się w porach, jeśli nie ma tam powietrza. W tym celu zwróćmy uwagę na właściwości procesów sublimacji i kondensacji. Jeśli ciśnienie pary przy powierzchni lodu jest niższe niż pewna wartość równowagowa charakterystyczna dla danej temperatury (nazywana ciśnieniem sublimacji), następuje sublimacja. W przeciwnym przypadku następuje kondensacja. Zatem, gdyby początkowo w porach była próżnia, proces sublimacji wprowadziłby w to miejsce parę. Pozostaje problem, czy ta para nie uciekłaby natychmiast na zewnątrz komety przez połączenia między porami. Jeżeli pory są drobne, to i kanaliki między nimi muszą być bardzo cienkie, więc opory przepływu pary przez system porów są bardzo duże. Odpływ pary jest kompensowany przez sublimację i w porach położonych w głębi lodu utrzyma się ciśnienie bliskie wartości równowagowej.

Ciśnienie równowagi lód–para jest rosnącą funkcją temperatury, więc różnicy temperatury towarzyszy różnica ciśnienia i przepływ pary.

Rozpatrzmy ponownie por jako cienką rurkę o długości l i promieniu r. Niech przy końcach rurki temperatury będą ustalone i wynoszą T_1 oraz T_2, a ciśnienia pary odpowiednio p_1 i p_2. Przy temperaturze 240 K ciśnienie równowagi wynosi około 27 Pa, a przy 140 K – poniżej 10^{-6} Pa. Przy niskim ciśnieniu zderzenia między cząsteczkami pary są rzadkie, a średnia droga swobodna cząsteczek jest duża. Przy ciśnieniu 27 Pa średnia droga swobodna cząsteczek pary wodnej jest rzędu 0,1 mm, a przy ciśnieniu 10^{-6} Pa jest dłuższa od 100 km. Oznacza to, że w temperaturze poniżej 240 K średnia droga swobodna cząsteczek pary jest większa od średnicy rozważanych porów. Wówczas strumień gazu płynący przez rurkę w wyniku istnienia różnicy ciśnień między jej końcami wynosi w dobrym przybliżeniu

$$\Phi = \left(\frac{32\mu}{9\pi \mathrm{R}}\right)^{1/2} \frac{r}{l} \left(\frac{p_1}{(T_1)^{1/2}} - \frac{p_2}{(T_2)^{1/2}}\right) \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2 s}}\right].$$

Wielkości μ i R to masa molowa substancji i stała gazowa. Przepływająca para niesie ze sobą energię, której strumień wyraża się jako

$$E = \Phi\left(\frac{\mathrm{N_A}}{\mu} 2\mathrm{k}T + L\right) \quad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2 s}}\right].$$